C.D.U. 621.374

Máquina de turing para converter expressões em notação "Infix" em expressões em notação "Postfix" (*)

II. Atribuição de variáveis de Estado, Entrada e Saída

L. T. Magalhães
M. P. O. Ricou

RESUMO

Este artigo é o segundo de dois dedicados ao projecto de uma máquina de Turing para converter notação infix *em* postfix.

Neste segundo artigo é discutida a atribuição de variáveis de estado, entrada e saída de modo a simplificar a estrutura da realização da máquina estabelecida no primeiro artigo [2]. *São também deduzidas expressões Booleanas para as variáveis de estado e de saída.*

ABSTRACT

This is the second of two papers related to the design of a Turing machine for the translaction of infix *notation to* postfix *notation.*

In this second paper we discuss the state, input and output assignments, for the machine defined in the first paper [2]. *We also derive the Boolean expressions for the state and output variables.*

1 — INTRODUÇÃO

O problema da atribuição de variáveis de estado, entrada e saída tem sido objecto de muito trabalho recentemente desenvolvido no domínio da Teoria dos Automata.

A estrutura e custo de diferentes realizações de uma mesma máquina sequencial dependem, em grande parte, das atribuições de variáveis. Embora não tenha sido possível estabelecer relações precisas entre estes dois aspectos (custo e estrutura), a solução mais económica corresponde frequentemente à estrutura mais simples.

Neste artigo tentamos fixar a atribuição de variáveis de modo a simplificar a estrutura final da máquina, reduzindo as dependências entre variáveis; o estudo da estrutura da máquina será feito com base na análise de pares de partição fracos [1]. No final, deduzimos expressões Booleanas para as variáveis de estado e de saída.

Parece-nos conveniente começar por apresentar sumariamente os critérios que serão utilizados na atribuição de variáveis.

2 — CRITÉRIOS PARA A ATRIBUIÇÃO DE VARIÁVEIS

1. Decidiu-se codificar cada estado por uma palavra de código binária. Atendendo a que a máquina tem $4 = 2^2$ estados são necessárias 2 variáveis de estado. Considera-se conveniente utilizar o menor número possível de variáveis de estado; assim não se consideram técnicas de desdobramento de estados (state splitting) [1].

2. Decidiu-se codificar as entradas por palavras binárias de modo a que:

a) ao mesmo símbolo, independentemente da fita em que se encontra, corresponda o mesmo código binário.

b) seja utilizado o menor número de variáveis possível.

c) entradas pertencentes a um mesmo dos 18 blocos da partição ξ ([2] — 119) tenham o maior número possível de variáveis iguais.

Atendendo a a) o problema reduz-se à atribuição de um código binário aos 44 símbolos de A([2] — 119). De acordo com b) devem ser utilizadas 6 variáveis para cada fita pois $2^5 < 44 < 2^6$.

3. Decidiu-se codificar as saídas também por palavras binárias. Note-se que atendendo a 2-a) o código dos símbolos de saída a escrever nas fitas é igual ao código dos símbolos de entrada. Note-se também que, sendo $\overline{\lambda}_c = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$ ([2] — 122) se tem:

(*) Este trabalho foi realizado em 1973/74 enquanto alunos da cadeira Sistemas Digitais — IST, Lisboa, e bolseiros no IGC, Oeiras.

$\lambda_1 (x_1, x_2, x_3, c_j) = x_1$

$\lambda_2 (x_1, x_2, x_3, c_j) \in \{e_1, d_1, \theta_1, h_1\} = D_1$

$\lambda_3 (x_1, x_2, x_3, c_j) \in \{x_1, x_2, b\}$

$\lambda_4 (x_1, x_2, x_3, c_j) \in \{e_2, d_2, \theta_2, h_2\} = D_2$

$\lambda_5 (x_1, x_2, x_3, c_j) \in \{x_1, x_2, x_3,\}$

$\lambda_6 (x_1, x_2, x_3, c_j) \in \{d_3, \theta_3, h_3\} = D_3$

qualquer que seja (x_1, x_2, x_3, c_j) pertencente ao domínio de $\overline{\lambda}_c$.

No que diz respeito a estudar as possíveis reduções de dependência entre variáveis, optou-se por analizar as funções λ_3 e λ_5 à custa de f_3 e f_5 tais que

$$f_k (x_1, x_2, x_3, c_j) = n \quad \text{sse} \quad \lambda_k (x_1, x_2, x_3, c_j) = x_n$$

$$(k = 3, 5; n = 1, 2, 3)$$

O contradomínio de f_3 é $F_3 = \{1, 2\}$ e o de f_5 é $F_5 = \{1, 2, 3\}$.

Decidiu-se também codificar os elementos destes conjuntos por palavras de código binárias, com o menor número de variáveis possível: 1 e 2 respectivamente.

Considera-se também conveniente utilizar o menor número de variáveis possível para codificar os elementos dos conjuntos D_i. Assim, para codificar cada um destes elementos utilizam-se 2 variáveis binárias.

4. Renuncia-se a tentar reduzir simultaneamente a dependência com a entrada e a dependência com o estado porque a análise de pares de partição *extendidos* [1] conduz a um número excessivo de pares Mm. A análise será feita com base em pares *fracos* [1].

5. O código de entrada não será escolhido com base na análise de pares de partição, mas sim com base no critério *2*; a escolha não será sistemática.

6. Para a escolha dos códigos de estados e de saídas, com base na análise de pares fracos, utilizar-se-à a seguinte proposição [1]:

— Se as variáveis de estado $\{y_i\}$ forem atribuídas de acordo com as partições $\{\zeta_i\}$, as variáveis de entrada $\{x_i\}$ de acordo com $\{\beta_j\}$ e as variáveis de saída de acordo com $\{\omega_k\}$, e se $P \subset \{y_i\}$ e $Q \subset \{x_j\}$, então:

1) a variável Y_i pode ser expressa como função de $P \cup \{x_j\}$ sse $(\pi_P \zeta_j, \zeta_i)$ for um par fraco S-S.

2) a variável Y_i pode ser expressa como função de $Q \cup \{y_i\}$ sse $(\pi_Q \beta_j, \zeta_i)$ for um par fraco I-S.

3) a variável Z_k pode ser expressa como função de $P \cup \{x_j\}$ sse $(\pi_P \zeta_i, \omega_k)$ for um par fraco S-O.

4) a variável Z_k pode ser expressa como função de $Q \cup \{y_i\}$ sse $(\pi_Q \beta_j, \omega_k)$ for um par fraco I-O.

3 — ATRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA

De acordo com o critério 2-a), a codificação de entradas reduz-se à codificação dos símbolos do conjunto $\overline{A}$.

Designaremos os símbolos do conjunto *A* por números, com as seguintes correspondências:

= — 1	0 — 9	A — 19
) — 2	1 — 10	B — 20
(— 3	2 — 11	C — 21
+ — 4	.	.
— — 5	.	.
* — 6	.	.
/ — 7	.	.
↑ — 8	9 — 18	Z — 44

De acordo com o critério 2-b), pretende-se atribuir as variáveis com base em *6* partições γ_i de *A*, cada uma com dois blocos, e tais que

$$\gamma_1 . \gamma_2 . \gamma_3 . \gamma_4 . \gamma_5 . \gamma_6 = \gamma (0)$$

onde γ (0) é a partição nula de *A*.

Analisando a partição ξ ([2] — 119) e de acordo com o critério 2-c), conclui-se que devem ter o maior número de variáveis iguais possível os elementos de cada um dos conjuntos:

$B_1 = \{1 \text{ a } 3\}$ (ξ_3)

$B_2 = \{4 \text{ a } 7\}$ (ξ_5)

$B_3 = \{4 \text{ a } 8\}$ $(\xi_6, \xi_9, \xi_{10}, \xi_{11})$

$B_4 = \{4, 5\}$ (ξ_6, ξ_8)

$B_5 = \{6, 7\}$ (ξ_7, ξ_8)

$B_6 = \{6 \text{ a } 8\}$ (ξ_7)

$B_7 = \{1 \text{ a } 8\}$ $(\xi_9, \xi_{16}, \xi_{17})$

$B_8 = \{2, 3\}$ (ξ_{14})

$B_9 = \{1, 3 \text{ a } 8\}$ (ξ_{17})

indicaram-se entre parêntesis os blocos da partição ξ correspondentes.

— B_7 sugere a separação dos alfanuméricos (símbolos 9 a 44) dos restantes elementos de *A* (símbolos 1 a 8).

Note-se que não é possível atribuir uma das variáveis de acordo com a partição $\{\overline{1 \text{ a } 8}; \overline{9 \text{ a } 44}\}$, pois para separar os elementos do segundo bloco (num total de 35 símbolos) são necessárias mais *6* partições o que corresponderia a um total de 7 variáveis. Para conseguir a separação desejada optou-se pelas duas partições

$$\gamma_1 = \{\overline{1 \text{ a } 16} ; \overline{17 \text{ a } 44}\}$$

$$\gamma_2 = \{\overline{1 \text{ a } 8,\ 17 \text{ a } 32} ; \overline{9 \text{ a } 16,\ 33 \text{ a } 44}\}$$

— B_1 e B_3 sugerem a separação dos blocos $\overline{1 \text{ a } 3}$ e $\overline{4 \text{ a } 8}$. Optou-se por

$$\gamma_3 = \{\overline{1 \text{ a } 3,\ 13 \text{ a } 16,\ 25 \text{ a } 32,\ 41 \text{ a } 44} ;$$
$$;\overline{4 \text{ a } 12 \text{ e restantes}}\}$$

— B_4 e B_6 sugerem a separação dos blocos $\overline{4, 5}$ e $\overline{6 \text{ a } 8}$. Optou-se por

$$\gamma_4 = \{\overline{1, 3, 4, 5, 9, 10, 13, 14, 17 \text{ a } 20, 25 \text{ a}}$$
$$\overline{28, 33 \text{ a } 36, 41, 42} ; \overline{2, 6 \text{ a } 8 \text{ e restantes}}\}$$

— B_2 sugere a inclusão do bloco $\overline{4 \text{ a } 7}$. Optou-se por

$$\gamma_5 = \{\overline{3, 8, \text{ pares de } 8 \text{ a } 44} ;$$
$$; \overline{1,2,4 \text{ a } 7, \text{ ímpares de } 9 \text{ a } 43}\}$$

— B_8 sugere a inclusão de $\overline{2, 3}$. Optou-se por

$$\gamma_6 = \{\overline{1, 5, 7, 17, 21, 25, 29, 33, 37} ;$$
$$; \overline{2,3,4,6,8 \text{ e restantes}}\}$$

Com estas definições tem-se $\prod_{i=1}^{6} \gamma_i = \gamma(0)$, como se pretendia.

As variáveis de entrada são atribuídas de acordo com as partições apresentadas como segue: a variável *i* da fita *j*, x_i^j $(j = 1, 2, 3)$, $(i = 1, 2, \ldots, 6)$, tem o valor *0* para os elementos do primeiro bloco de γ_i e tem o valor *1* para os do segundo.

4 — ANÁLISE DOS PARES FRACOS S-S

Com as restrições apresentadas no critério 1, só existem *3* atribuições possíveis, baseadas nos pares de partições (ζ_1, ζ_2), (ζ_1, ζ_3), (ζ_2, ζ_3), onde

$$\zeta_1 = \{\overline{c_0\, c_3} ; \overline{c_1\, c_2}\}$$

$$\zeta_2 = \{\overline{c_0\, c_1} ; \overline{c_2\, c_3}\}$$

$$\zeta_3 = \{\overline{c_0\, c_2} ; \overline{c_1\, c_3}\}$$

Note-se que, analizando as tabelas para S_c([2] — — 126), se conclui que

$(\zeta(I), \zeta_x)$ é um par fraco S-S sse $\zeta_x = \zeta(I)$

(ζ_1, ζ_x) » sse $\zeta = \zeta(I)$

(ζ_2, ζ_x) » sse $\zeta_x = \zeta(I)$

(ζ_3, ζ_x) » sse $\zeta_x \subset \{\overline{c_3}, \overline{c_0\, c_1\, c_2}\}$

onde $\zeta(I)$ designa a partição identidade do conjunto dos estados.

Conclusão: Com as restrições apresentadas no critério 1 e atendendo ao critério 6, não é possível reduzir a dependência entre variáveis de estado.

5 — ANÁLISE DOS PARES FRACOS S-O

A atribuição de variáveis a F_3 (ver critério 3) é indiferente para efeitos de redução de dependências porque F_3 só tem *2* elementos.

Com as restrições apresentadas no critério 3, a atribuição de variáveis aos conjuntos D_i, em cada caso, só pode corresponder a *3* pares de partições:

$$(\overset{i}{\omega}_1, \overset{i}{\omega}_2) \qquad (\overset{i}{\omega}_2, \overset{i}{\omega}_3) \qquad (\overset{i}{\omega}_1, \overset{i}{\omega}_3)$$

onde

$$\omega_1 = \begin{cases} \{\overline{e_i\, d_i} ; \overline{\theta_i\, h_i}\} & \text{se } i = 1, 2 \\ \{\overline{d_3} ; \overline{\theta_3\, h_3}\} & \text{se } i = 3 \end{cases}$$

$$\overset{i}{\omega}_2 = \begin{cases} \{\overline{e_i\, \theta_i} ; \overline{d_i\, h_i}\} & \text{se } i = 1, 2 \\ \{\overline{\theta_3} ; \overline{d_3\, h_3}\} & \text{se } i = 3 \end{cases}$$

$$\overset{i}{\omega}_3 = \begin{cases} \{\overline{e_i\, h_i} ; \overline{d_i\, \theta_i}\} & \text{se } i = 1, 2 \\ \{\overline{h_3} ; \overline{d_3\, \theta_3}\} & \text{se } i = 3 \end{cases}$$

A atribuição de variáveis a F_5 só pode corresponder a *3* pares de partições

$$(\sigma_1, \sigma_2) \qquad (\sigma_1, \sigma_3) \qquad (\sigma_2, \sigma_3)$$

onde

$$\sigma_1 = \{\overline{1} ; \overline{2, 3}\} \qquad \sigma_2 = \{\overline{2} ; \overline{1, 3}\} \qquad \sigma_3 = \{\overline{3} ; \overline{1, 2}\}$$

Das tabelas para S_c pode concluir-se que os únicos pares fracos S-O são $(\zeta(0), \omega_j^i)$ $(i, j = 1, 2, 3)$, $(\zeta(0), \sigma_i)$ $(i = 1, 2, 3)$, (ζ_2, σ_3) e (ζ_1, σ_2).

Conclusão: Atendendo ao critério 6, só é possível reduzir a dependência das variáveis de saída com as de estado para as variáveis atribuídas ao conjunto F_5.

6 — ANÁLISE DOS PARES FRACOS I-S

Analizando as tabelas para S_c [2] — 126 pode verificar-se que os únicos pares fracos I-S relativos às partições ζ_1, ζ_2 e ζ_3 são:

a) pares da forma (β, ζ_1), onde β é uma partição de *A* incluída numa das partições

$$\{\overline{\xi_2} ; \overline{\xi_{16}\ \xi_{17}} ; \overline{X}\}$$

$$\{\overline{\xi_2\ \xi_{18}} ; \overline{\xi_{16}\ \xi_{17}} ; \overline{X}\}$$

onde $\overline{X}$ designa o bloco que completa a partição.

b) pares da forma (β, ζ_2), onde β está incluída na partição

$$\{ \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{\xi_5 \xi_8 \xi_{10}\, \xi_{11}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *3* partições que se obtêm incorporando ξ_{18} em cada um dos primeiros *3* blocos do conjunto anterior.

c) pares da forma (β, ζ_3), onde β está incluída na partição

$$\{ \overline{\xi_{15}} ; \overline{{}_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{\xi_2\, \xi_8\, \xi_5\, \xi_{10}\, \xi_{11}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *2* partições que se obtêm incorporando ξ_{18} no primeiro ou no terceiro blocos do conjunto anterior, ou ainda em qualquer das *21* partições que se obtêm das anteriores incorporando um subconjunto não vazio de $\{ \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{14} \}$ no segundo bloco.

Conclusão: Pode ser possível reduzir a dependência das variáveis de estado com as entradas, de acordo com o critério 6. Tentativas nesse sentido serão apresentadas depois da análise dos pares fracos I-O.

7 — ANÁLISE DOS PARES FRACOS I-O

Da análise das tabelas para S_c [2] — 126 conclui-se que os únicos pares fracos I-O, relativos às partições de saída apresentadas no § 5, são:

a) pares da forma $(\alpha, \overset{1}{\omega}_1)$, onde α é uma partição de *A* incluída na partição

$$\{ \overline{\xi_{12}} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das 3 partições que se obtêm da anterior incorporando ξ_{18} em cada um dos primeiros 3 blocos do conjunto anterior, ou ainda em qualquer das 4 partições que se obtêm incorporando ξ_1 no segundo bloco de cada uma das partições anteriores.

b) pares da forma $(\alpha, \overset{1}{\omega}_2)$, onde ω está incluída na partição

$$\{ \overline{\xi_2\, \xi_{12}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das 2 partições que se obtêm incorporando ξ_{18} em cada um dos dois primeiros blocos do conjunto anterior.

c) pares da forma $(\alpha, \overset{1}{\omega}_3)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_2} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou

$$\{ \overline{\xi_2} ; \overline{\xi_1\, \xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *6* partições que se obtêm incorporando ξ_{18} em cada um dos *3* primeiros blocos dos conjuntos anteriores, ou ainda em qualquer das *56* partições que se obtêm incorporando um subconjunto não vazio de $\{ \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{14} \}$ no terceiro bloco de cada uma das partições anteriores.

d) pares da forma $(\alpha, \overset{2}{\omega}_1)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_2} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou

$$\{ \overline{\xi_2} ; \overline{\xi_1\, \xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *6* partições que se obtêm incorporando ξ_{18} em cada um dos *3* primeiros blocos dos conjuntos anteriores.

e) pares da forma $(\alpha, \overset{2}{\omega}_2)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{\xi_2\, \xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}} ; \overline{X} \}$$

ou

$$\{ \overline{\xi_1\, \xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{\xi_2\, \xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *6* partições que se obtêm incorporando ξ_{18} em cada um dos *3* primeiros blocos dos conjuntos anteriores, ou ainda em qualquer das *56* partições que se obtêm incorporando um subconjunto não vazio de $\{ \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{14} \}$ no segundo bloco de cada uma das partições anteriores.

f) pares da forma $(\alpha, \overset{2}{\omega}_3)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou

$$\{ \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{16}\, \xi_{17}\, \xi_{18}} ; \overline{X} \}$$

g) pares da forma $(\alpha, \overset{3}{\omega}_1)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_1\, \xi_2\, \xi_{18}} ; \overline{\xi_3} ; \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{12}} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

$$\{ \overline{\xi_1\, \xi_2} ; \overline{\xi_3\, \xi_{18}} ; \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{12}} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das outras 16 partições que se obtêm incorporando subconjuntos de $\{\xi_{13}, \xi_{14}\}$ no primeiro ou segundo blocos de cada uma das partições anteriores.

h) pares da forma $(\alpha, \overset{3}{\omega}_2)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_1\, \xi_{18}} ; \overline{\xi_2\, \xi_3} ; \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{12}} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

$$\{ \overline{\xi_1} ; \overline{\xi_2\, \xi_3\, \xi_{18}} ; \overline{\xi_5\, \xi_8\, \xi_{10}\, \xi_{11}\, \xi_{12}} ; \overline{\xi_{15}} ; \overline{\xi_{16}\, \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *6* partições que se obtêm incorporando um suconjunto não vazio de $\{ \xi_{13}, \xi_{14} \}$ no segundo bloco de cada uma das partições anteriores.

i) pares da forma $(\alpha, \overset{3}{\omega}_3)$, onde α está incluída numa das partições

$$\{ \overline{\xi_2} ; \overline{X} \} \quad \text{ou} \quad \{ \overline{\xi_2\, \xi_{18}} ; \overline{X} \}$$

j) pares da forma (α, σ_1), onde α está incluída na partição

$$\{ \overline{\xi_2\ \xi_{16}\ \xi_{17}} ; \overline{X} \}$$

ou em qualquer das *127* partições que se obtêm incorporando subconjuntos não vazios de $\{ \xi_1, \xi_5, \xi_8, \xi_{10}, \xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{18} \}$ no primeiro bloco da partição anterior.

k) pares da forma (α, σ_2), onde α está incluída numa das *128* partições da alínea anterior.

l) pares da forma (α, σ_3), onde α é uma qualquer das partições de *A*.

Conclusão: Pode ser possível reduzir a dependência das variáveis de saída com as de entrada, de acordo com o critério 6. Tentativas neste sentido são apresentadas a seguir.

Se uma das variáveis atribuídas a F_5, o seja de acordo com a partição σ_3, essa variável será independente da entrada.

8 — REDUÇÃO DA DEPENDÊNCIA ENTRE VARIÁVEIS: *atribuição das variáveis de estado e de saída.*

Combinando os resultados dos §s 3 e 6, i. e., a atribuição das variáveis de entrada e a análise dos pares fracos I-S, pode concluir-se que atribuições de variáveis de estado de acordo com ζ_1, ζ_2 e ζ_3, conduzem respectivamente às seguintes dependências com as variáveis de entrada

(1236, 1236) (12345, 12345) (12345, 12345)

onde o primeiro elemento de cada par corresponde a variáveis da fita *1* e o segundo elemento a variáveis da fita *2*.

Procedendo de maneira análoga, mas agora com base nos resultados do § 7, i. e., na análise dos pares fracos I-O, pode concluir-se que atribuições de variáveis de saída de acordo com as partições $\overset{1}{\omega}_1, \overset{1}{\omega}_2, \overset{1}{\omega}_3 ; \overset{2}{\omega}_1, \overset{2}{\omega}_2, \overset{2}{\omega}_3 ; \overset{3}{\omega}_1, \overset{3}{\omega}_2, \overset{3}{\omega}_3 ; \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ conduzem respectivamente às seguintes dependências com as variáveis de entrada

(12345, 1235)	(12345, 12345)	(12345, 1235)
(12356, 1236)	(12345, 12345)	(12345, 12345)
(12345, 12345)	(12345, 12345)	(1236, 1236)
(1236, 1236)	(1236, 123)	(∅, ∅)

Recorde-se do § 5 que a redução de dependência das variáveis de saída com as de estado só é possível atribuindo as variáveis de estado de acordo com ζ_1 e ζ_2 e as variáveis de saída do conjunto F_5 de acordo com σ_2 e σ_3. Note-se que da análise imediatamente anterior resulta que só é possível reduzir a dependência das variáveis de estado com as de entrada, e das variáveis de saída do conjunto F_5 com as de entrada, se uma das variáveis de estado for atribuída de acordo com ζ_1 e uma das variáveis atribuída a F_5 o for de acordo com σ_3 e a outra de acordo com σ_2. Em resumo, só se conseguem dependências mínimas entre as variáveis de estado, e as variáveis de estado e as de saída correspondentes a F_5, atribuindo variáveis de acordo com as partições ζ_1 e ζ_2 ; σ_1 e σ_3.

Quanto à atribuição das outras variáveis de saída é possível concluir que reduções de dependência só se podem conseguir atribuindo variáveis de acordo com $\overset{1}{\omega}_1, \overset{1}{\omega}_3, \overset{2}{\omega}_1$ e $\overset{3}{\omega}_3$. É indiferente para efeitos de redução de dependências a atribuição das outras variáveis.

Devido a estas razões, optou-se por atribuições de variáveis baseadas nas partições

$$\zeta_1, \zeta_2 ; \overset{1}{\omega}_1, \overset{1}{\omega}_3 ; \overset{2}{\omega}_1, \overset{2}{\omega}_3 ; \overset{3}{\omega}_1, \overset{3}{\omega}_3 ; \sigma_2, \sigma_3$$

De acordo com as partições escolhidas, a codificação dos estados pelas variáveis y_1 e y_2 será feita de acordo com as correspondências

	y_1	y_2
c_0	1	0
c_1	0	0
c_2	0	1
c_3	1	1

A codificação dos elementos dos conjuntos D_i $(i = 1, 2, 3)$ pelas variáveis d^i_j $(j = 1, 2)$ será feita de acordo com as correspondências

	d^1_1	d^1_2		d^2_1	d^2_2		d^3_1	d^3_2
e_1	0	1	e_2	1	1	d_3	1	0
d_1	0	0	d_2	1	0	θ_3	0	0
θ_1	1	0	θ_2	0	0	h_3	0	1
h_1	1	1	h_2	0	1			

A codificação dos elementos dos conjuntos F_3 e F_5 pelas variáveis s^3 e $\overset{5}{s}_1$, $\overset{5}{s}_2$ será feita de acordo com as correspondências

	s^3		$\overset{5}{s}_1$	$\overset{5}{s}_2$
1	1	1	0	0
2	0	2	1	0
		3	0	1

9 — EXPRESSÕES PARA AS VARIÁVEIS DE ESTADO

As tabelas I e II dão, respectivamente, os valores das variáveis de estado Y_1 e Y_2 em função dos estados e da partição ξ do conjunto das entradas. As entradas da tabela não preenchidas correspondem a indiferença

(don't care). Destas tabelas podem ser obtidas expressões simplificadas para as variáveis de estado. Limitamo-nos a apresentar uma solução final, sem explicitar passos intermédios que, de resto, foram os usuais em simplificação de funções Booleanas.

Por conveniência de notação, considera-se o vector V das variáveis de estado e de saída assim definido

$$V=(y_1, y_2, x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1, x_6^1, x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2, x_5^2, x_6^2)$$

Como já foi referido x_j^i é a variável de entrada da fita i, correspondente à partição γ_j. As expressões pretendidas podem então ser assim indicadas

$$Y_1 = \delta_1^{-}(V) = (\overline{y}_1 . y_2) \oplus (x_1^1 + x_2^1) + \overline{(y_1 + x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 + x_6^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_6^2)}$$

$$Y_2 = \delta_2^{-}(V) = (y_1 . \overline{y}_2) . (x_1^1 + x_2^1) + \overline{(y_1 + y_2) + x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 + x_5^1} + \overline{(y_1 + y_2 + x_1^1 + x_2^1 + x_1^2 + x_2^2 + \overline{x}_3^1)} . \left(\overline{x_3^2 + x_4^2} + x_3^2 . (x_4^1 . x_5^1 . \overline{x}_4^2 + x_5^1 . \overline{x}_5^2) \right)$$

10 — EXPRESSÕES PARA AS VARIÁVEIS DE SAÍDA

As tabelas III a XI dão os valores das variáveis de saída em função dos estados e dos blocos da partição do conjunto das entradas. Tal como anteriormente limitamo-nos a apresentar soluções finais

$$d_1^1 = \lambda_{21}^{-}(V) = \overline{(x_1^1 + x_2^1)} . \left(\overline{y_1 \oplus y_2} . x_3^1 + \overline{y_1 + y_2 + \overline{(\overline{x}_4^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_5^2)}} + y_1 . y_2 . x_5^1 \right)$$

$$d_2^1 = \lambda_{22}^{-}(V) = \overline{y}_1 . y_2 . (x_1^1 + x_2^1) + \overline{(x_1^1 + x_2^1 + x_3^1)} . \left(\overline{(y_1 . y_2} + x_5^1) . \overline{(y_1 + y_2 + x_4^1 + \overline{x}_5^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \overline{x}_5^2)} \right)$$

$$d_1^2 = \lambda_{41}^{-}(V) = \overline{(x_1^1 + x_2^1 + x_3^1)} . (y_1 . y_2 . \overline{x}_5^1 + \overline{y_1 + y_2 + x_6^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_6^2}) + \overline{y}_1 . y_2 . (x_1^1 + x_2^1)$$

$$d_2^2 = \lambda_{42}^{-}(V) = (y_1 + y_2 + x_1^1 + x_2^1) . \left(\overline{x}_3^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 . \overline{(x_4^1 . x_5^1 . \overline{x}_4^2)} . \overline{(\overline{x}_5^1 . x_5^2)} \right)$$

$$d_1^3 = \lambda_{61}^{-}(V) = y_1 . y_2 . \overline{(x_1^1 + x_2^1)} . (x_3^1 + x_5^1) + y_1 . \overline{y}_2 . \left(\overline{x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 + x_4^1 + x_5^1} + \overline{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \overline{x}_4^2} \right) + \overline{y}_1 . \overline{y}_2 . \left(x_1^2 + x_2^2 + \overline{x}_1^1 . \overline{x}_2^2 . (\overline{x}_3^1 . (\overline{x}_5^1 + x_4^1 . (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_5^2) + \overline{x}_4^1 . x_5^1 . x_3^2) + x_3^1 . \overline{x}_1^2 . \overline{x}_2^2 . (x_3^2 . (\overline{x}_5^1 . \overline{x}_5^2 + \overline{x}_4^1) + x_4^1 . x_5^1 . x_4^2) \right)$$

$$d_2^3 = \lambda_{62}^{-}(V) = \overline{y_1 + y_2 + x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 + x_6^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_6^2}$$

$$s^3 = g^3(V) = y_1 . \overline{y}_2 . \left(\overline{x_1^1 + x_2^1} + \overline{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \overline{x}_4^2} \right) + \overline{y}_1 . y_2 . (x_1^1 + x_2^1) + \overline{y_2 + x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 + x_6^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_6^2}$$

$$s_1^5 = g_1^5(V) = \overline{y}_1 . \overline{(x_1^1 + x_2^1)} . (x_3^1 + x_6^1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$

$$s_2^5 = g_2^5(V) = y_2$$

11 — CONCLUSÃO

Considere-se a máquina de Turing de 3 fitas $T' = (I', S', O', \overline{\delta}', \overline{\lambda}', q_0')$, onde

1) $I' = (\{0, 1\}^6)^3$

2) $S' = (\{0, 1\})^2$

3) $O' = (\{\{0, 1\} \cup \{b\}\} \times \{e, d, \theta, h\})^3$

4) $\overline{\delta}'$ é uma aplicação de $I' \times S'$ em S', $\overline{\delta}' = (\delta'_1, \delta'_2)$, onde as funções à direita foram definidas no § 9.

5) $\overline{\lambda}'$ é uma aplicação de $I' \times S'$ em O'

$$\lambda' = (\overline{\lambda}'_1, \lambda'_{21}, \lambda'_{22}, \overline{\lambda}'_3, \lambda'_{41}, \lambda'_{42}, \overline{\lambda}'_5, \lambda'_{61}, \lambda'_{62})$$

onde

$$\overline{\lambda}_1^{-}(V) = (x_1^1, x_2^1, \ldots, x_6^1)$$

$$\overline{\lambda}_3^{-}(V) = (g^3(V) . x_1^1 + \overline{g}^3(V) . x_1^2, g^3(V) . x_2^1 + \overline{g}^3(V) . x_2^2, \ldots, g^3(V) . x_6^1 + \overline{g}^3(V) . x_6^2)$$

onde g^3 foi definida no § 10

$$\overline{\lambda}_5^{-}(V) = (\overline{g}_1^5(V) . \overline{g}_2^5(V) . x_1^1 + g_1^5(V) . x_1^2 + g_2^5(V) . x_1^3, \ldots, \overline{g}_1^5(V) . \overline{g}_2^5(V) . x_6^1 + g_1^5(V) . x_6^2 + g_2^5(V) . x_6^3)$$

onde as funções g_1^5 e g_2^5 foram definidas no § 10

As restantes funções que aparecem na expressão para λ' foram definidas no § 10.

6) $q'_0 = (1, 0)$

É possível então afirmar que a máquina de Turing T', acabada de definir, é uma *realização* (ver apêndice) da máquina T que tem vindo a ser analisada e que foi definida num artigo anterior [2]. Note-se que T' é uma máquina mínima.

APÊNDICE — DEFINIÇÃO DE REALIZAÇÃO DE UMA MÁQUINA DE TURING

As definições aqui apresentadas são semelhantes às de Hartmanis e Stearns [1], com alterações que têm a ver com a inclusão do símbolo de indiferença $\mathfrak{b}$ no conjunto das saídas e com a referência ao estado inicial.

— Se $M = (I, S, O, \overline{\delta}, \overline{\lambda}, q_0)$ e $M' = (I', S', O', \overline{\delta'}, \overline{\lambda'}, q'_0)$ são duas máquinas de Turing com *n* fitas, diz-se que o terno (α, β, ζ) é uma *atribuição* de *M* em *M'* sse

1) α é uma aplicação de S em S'

2) β é uma aplicação de I em I'

3) ζ é uma aplicação de O em O'

tais que

a) $\alpha(q_0) \cap \{q'_0\} \neq \emptyset$

b) $(s, x) \in$ domínio de $\overline{\delta} \Rightarrow (\alpha(s), \beta(x)) \in$ domínio de $\overline{\delta'}$ e nesse caso $\overline{\delta'}(\alpha(s), \beta(x)) = \alpha(\overline{\delta}(s, x))$

c) $(s, x) \in$ domínio de $\overline{\lambda} \Rightarrow (\alpha(s), \beta(x)) \in$ domínio de $\overline{\lambda'}$ e também, com $\overline{\lambda} = (\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$, $\overline{\lambda'} = (\lambda'_1, \ldots, \lambda'_n)$
$\lambda_i(s, x) \in O - \{\mathfrak{b}\} \Rightarrow \zeta(\lambda'_i(\alpha(s), \beta(x)) = \lambda_i(s, x)$.

— Diz-se que uma máquina *M'* é uma realização de *M* sse existe uma atribuição (α, β, ζ) de $\overline{M \text{ em } M'}$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] — Hartmanis, J. and Stearns (1966), «*Algebraic Structure Theory of Sequential Machines*». *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.*

[2] — Magalhães, L. T. e Ricou, M. P. O. (1975) «*Máquina de Turing para converter expressões em notação "infix" em expressões em notação "postfix" — I. Definição da máquina e redução de estados*». *Técnica, Dez. 1975, 117-126.*

TABELA I : Y_1

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	1	0
c_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
c_2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				1	0	0	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	

TABELA II: Y_2

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	1	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	

TABELA III: d_1^1

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	
c_3		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	

TABELA IV: d_2^1

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	1	
c_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	

TABELA V : d_1^2

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	1	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	

TABELA VI: d_2^2

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

TABELA VII: d_1^3

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	1
c_1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	
c_3		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	

TABELA VIII: d_2^3

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	0
c_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
c_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	0	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

TABELA IX: s^3

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				1	0	0	1
c_1		1			0			0		0	0					0	0	
c_2																1	1	
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

TABELA X : s_1^5

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0															0
c_1		0	1	1		1	1		1				1	1	1	0	0	
c_2																		
c_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

TABELA XI: s_2^5

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	0	0	0															0
c_1		0	0	0		0	0		0				0	0	0	0	0	
c_2																		
c_3		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				

C.D.U. 621.382.4

O Transistor — Reactor Atómico

Benjamim da Conceição Mendonça
Engenheiro Electrotécnico (I. S. T.)

RESUMO

— *Descrição sumária do Transistor e sua posição nos circuitos rádio eléctricos*

— *Dedução da sua fórmula matemática*

— *Análise da Curva de Ressonância nos circuitos de Rádio e Televisão*

— *Estudo da teoria dos circuitos Rádio eléctricos e a aplicação das Leis de Coulomb, Laplace e Maxwell*

— *Breve análise da propagação das oscilações electro-atómicas à superfície dos condutores*

— *Nota justificativa do emprego da expressão «ELECTRO-ATÓMICA»*

ABSTRACT

— *The summary description of the Transistor and your constitution with employment in the Radio electrical circuits*

— *The calculation of your Mathematics fórmula*

— *The analisis of the Ressonance curve in the Radio and Télévision circuits*

— *The connection between the Radio electrical circuits and the Laws of Coulomb, Laplace and Maxwell*

— *The short analisis propagation of electro-atómics waves on surface conductors*

— *Note justifying the employ «ELECTRO-ATOMIC» term*

É largamente conhecido o nome de *Transistor*, como foi classificado o invento do físico William Shockely, Prémio Nobel de Física, que tendo estudado a reacção dos elementos atómicos introduzidos no Silício conseguiu realizar um sistema que permitiu obter oscilações periódicas de correntes eléctricas.

Vale a pena fazer um resumo sucinto daqueles fenómenos que levaram a estudos e observações sucessivas ao estado actual em que se encontra a Teoria de Rádio Electricidade.

O ponto de partida foram as propriedades do *Ambar amarelo*, conhecido pela palavra *Elektrom* de onde derivou a palavra *Electricidade*, propriedades que se mantiveram por largo tempo como uma novidade esquisita e que, apesar disso, ainda hoje surpreende muita gente pela sua ignorância.

Não sabemos por quanto tempo ficaria no olvido a pilha eléctrica do físico Volt se não tivesse aparecido Galvani a fazer a dissecação de uma rã, que, para esse fim, a enganchou numa haste de cobre a qual pendurou nos ferros da janela e de cujo contacto, resultaram as repulsões do animal, as quais eram produto de reacções químicas.

Galvani concluiu que as repulsões eram provocadas pela electricidade do animal.

A contestar esta conclusão apareceu o físico Volt a fazer a demonstração da sua conclusão com a sua pilha eléctrica, formada por placas de zinco e cobre, separadas por placas de tecido embebido em ácido sulfúrico que produzia contracções iguais às que o corpo da rã sofria, quando se tocava simultaneamente nas placas de cobre e zinco.

Foi desta discussão que nasceu a *Electricidade*, e tão conhecida é esta história que não vamos embrenhar na sua análise nem no que se seguiu, pois, julgamos que a descoberta do físico William Shockely excede em muito o que se tem conseguido em matéria de Electricidade, como vamos ver no seguimento do presente estudo.

As experiências deste físico levaram-no à descoberta das propriedades electro-atómicas do Silício, associado a elementos atómicos de natureza diversa, os quais incluídos nele deram origem a descobrir-se as propriedades de condutibilidade das oscilações rádio eléctricas pelo que lhe deram o nome de *Transistor*, destinado a dar passagem, apenas.

No estudo, que vamos fazer do funcionamento do Transistor, veremos até que ponto nos foi possível desvendar o segredo do seu funcionamento e as consequências que de aí podem resultar.

Impressionados com o seu funcionamento nasceu no nosso espírito a tentação de descobrir se a função do Transistor se limitava aquela que vulgarmente se tem atribuído: dar passagem.

Porém, a nossa suposição era a de que alguma coisa de mais complicado havia na sua acção nos circuitos de Radio Electricidade.

Realmente, basta a condição de que para se estabelecer o estado de oscilação electro-estacionária não ser necessária a presença do fornecimento de energia eléctrica para aquecimento como acontece nas lâmpadas de Rádio vulgares.

Esta condição dava-nos a noção de que a acção do Transistor não era só possível, mas, seriamente, muito activa, como vamos ver.

Eis a razão por que nos abalançámos a fazer este estudo matemático das prováveis funções do Transistor nos meios da Rádio o qual vamos expôr com o máximo desenvolvimento possível para que não possa haver dúvidas no espírito de possíveis leitores que, negligentemente, se disponham a prestar atenção sobre este assunto.

Como veremos, o estudo do Transistor conduziu-nos a entrar num campo mais vasto da Electricidade.

Está neste caso o enigma do grande físico inglês Clark Maxwell ao estabelecer a relação entre a velocidade da luz e os três coeficientes que as equações de Coulomb e Laplace, contêm.

Sabe-se como esta relação se tem mantido em incógnito até à presente data, e que foi desvendado por um processo bem simples.

Cabe aqui, também, prestar homenagem a Branley, autor do tubo de limalha de ferro, enigma que se encontra por desvendar, embora marque um grande avanço no estudo da Electricidade.

Prestemos, também, homenagem aos trabalhos de Rochefort, Lodge, Muirhead e a Forest pela sua Válvula, que constituiu o grande ponto de partida para o desenvolvimento da Rádio Electricidade.

Mas, a descoberta do Transistor, como se há-de ver, marca no meio técnico um avanço tal, que ele transcende o campo da Electricidade, permitindo uma abertura no campo científico que há-de abranger toda a matéria atómica.

Veremos se, com esta revelação do enigma de Maxwell, esta profecia se realiza ou não.

Não é difícil supor que foi no estudo da Cristalografia, que o físico Shockely se inspirou ao realizar a associação de elementos cristalográficos de classes diferentes, tomando por base o Silício, cujas características de formação mineral são bem conhecidas.

Da associação do Silício com substâncias cristalográficas de classe diferente, introduzidas no seu seio sob alta pressão, é que levaram à descoberta do Transistor, que constituiu o ponto de partida para a introdução deste órgão nos circuitos de Rádio.

Em face do desenvolvimento que fizémos deste estudo não temos dúvidas de considerar o Transistor como um meio reactivo atómico da mais alta importância, tomando como ponto de partida, como veremos, para o estudo dos meios materiais, especialmente, no campo cristalográfico, sabido que cada forma tem as suas propriedades características que a definem, haja em vista o caso do Raio da Laser, que é o resultado de uma vibração dos meios atómicos de estrutura cristalina da matéria.

Vamos entrar no estudo Matemático do Transistor e a relação que ele tem com as equações fundamentais da Teoria Mecânica da Electricidade do qual, para início, daremos uma descrição sucinta de como se constrói um Transistor, o que faremos para boa compreensão de tudo que se exporá sobre esta matéria.

É conhecido que na superfície de uma lamela de Silício, Fig. 1, se estende uma camada delgada de Óxido de Silício (SiO_2) com espessura, praticamente, monomolecular, que é submetido numa atmosfera oxidante a uma temperatura próxima dos 1000 graus centígrados.

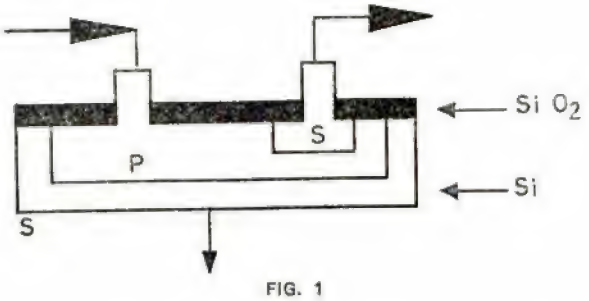


FIG. 1

Em seguida, mediante processos fotográficos, é praticado um furo na superfície da lamela de cujo interior se tira uma pequena parcela de Silício.

Esta operação é executada num banho químico apropriado.

A seguir, sob outro meio ambiente apropriado e sob uma temperatura que regula entre 1100 e 1300 graus centígrados, o furo é alargado para nele se introduzir uma substância apropriada, em geral, o Boro, ficando formada uma bolsa de Silício.

A estes fusos costuma-se dar o nome de janelas, que são tapadas, uniformizando-se a respectiva camada de Silício.

Seguidamente, e nas mesmas condições anteriores, abre-se outra janela para nela se introduzir outra substância, que, em geral, é o Fósforo repetindo-se as mesmas operações de fechamento, uniformizando-se toda a camada de Óxido de Silício.

Concluídas todas estas operações de fechamento procede-se ao resfriamento da peça até ao nível da temperatura do meio ambiente, ficando as matérias introduzidas no seio do Silício sob pressão atómica do Silício.

É nesta janela que se colocam os electrodos de cujos terminais saem os condutores que permitem a ligação do Transistor aos elementos que formam o respectivo circuito Transistorizado.

Geralmente, o Transistor fica apoiado sobre uma placa metálica, ou outro processo adequado, onde se fixa o condutor que o há-de ligar ao circuito de que vai fazer parte.

Eis, sumariamente, como se constroem os Transistores.

Da forma como os elementos do Transistor se comportam nos respectivos circuitos de que fazem parte, verificaremos que eles actuam como verdadeiros Reactores-atómicos, com oscilação electro-atómica própria, não necessitando de serem activados por meio de correntes eléctricas estranhas, como sucede com as Válvulas de Rádio, que serão, também, a seguir, objecto

de estudo da forma como operam nos circuitos dos aparelhos de Rádio.

Vamos, pois, entrar no desenvolvimento da Teoria do funcionamento do Transistor e ver onde ela nos conduz.

O circuito, onde o Transistor está instalado, é, na sua mais simples expressão, constituído pelo Condensador *C*, e pela Auto-indução *L* do enrolamento do Transistor *B*, Fig. 2.

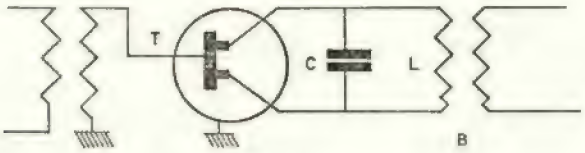


FIG. 2

Sem entrarmos, por agora com a acção do Condensador *C*, representado na Fig. 2, vamos considerar em primeiro lugar a força electromotriz devida à Auto-indução *L* do Transformador que é representada pela equação geral

$$V = Ri + L\frac{di}{dt} \qquad (1)$$

em que *R* é a resistência Ohmica do circuito, e *i* o valor da corrente em circulação no circuito, e *L* a Auto-indução do enrolamento do transformador.

Como se verifica, o conjunto provisório da instalação do Transistor constitue um verdadeiro circuito oscilante com as constantes mencionadas na equação (1).

Nestas condições podemos considerar desde já o Transistor como um autêntico reactor atómico de oscilações eléctricas, tendo, além disso, as qualidades físicas próprias com a propriedade de detecção das oscilações rádio-eléctricas exteriores.

Vamos, então, considerar o caso em que o Transistor fica submetido à acção de uma força electromotriz exterior, representada pela equação

$$V_e = e^{-\alpha t}\, E.\cos\omega' t \qquad (2)$$

em que ω' é a pulsação da corrente recebida.

Num instante dado passará a haver no circuito do Transistor uma nova força electromotriz igual à diferença das tensões do circuito e, então, teremos que

$$V - V_e = Ri + L\frac{di}{dt} = -e^{-\alpha t}\, E.\cos\omega' t \qquad (3)$$

Esta é a fórmula referente ao circuito oscilante em que há, apenas a considerar, a Auto-indução do respectivo circuito.

Porém, nos circuitos de Rádio-electricidade transistorizados há a considerar, também, como parte fundamental do funcionamento do Transistor e de todos os circuitos oscilantes de Rádio o valor do Condensador *C*, que se tem de integrar na equação (3).

As relações

$$Q = CV = it$$

permite-nos determinar a equação geral de todos os elementos que actuam no circuito do Transistor e dela deduziremos o valor de todos os elementos, visto ser

$$i = -\frac{dQ}{dt} \quad e \quad dQ = CdV$$

do que resulta obteremos para valor da corrente *i* as seguintes expressões

$$i = -\frac{dQ}{dt} = -C\frac{dV}{dt}$$

e, ainda,

$$\frac{di}{dt} = -C\frac{d^2V}{dt^2}$$

Introduzindo estes valores na equação (3) teremos, finalmente,

$$LC\frac{d^2V}{dt^2} + RC\frac{dV}{dt} + V = e^{-\alpha t}\, E\cos\omega' t$$

Dividindo ambos os membros por *LC*, vem

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = \frac{1}{LC}\, e^{-\alpha t}\, E\cos\omega' t \qquad (4)$$

que representa a equação geral da tensão do circuito transistorizado.

Para facilitar o subsequente desenvolvimento das expressões analíticas, vamos fazer

$$\frac{1}{LC} = \theta^2 \quad e \quad \frac{R}{L} = 2\rho$$

e a expressão (4) apresentar-se-á sob a seguinte forma

$$\frac{d^2V}{dt^2} + 2\rho\frac{dV}{dt} + \theta^2 V = \theta^2 e^{-\alpha t}\, E\cos\omega' t \qquad (5)$$

Seja

$$V_1 = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \qquad (6)$$

a solução geral da equação do primeiro membro da expressão (5) quando reduzida a zero. A sua equação característica será representada pela expressão

$$s^2 + 2\rho s + \theta^2 = 0$$

de onde se tiram os valores de s_1 e s_2 que serão as raízes desta equação e que são, respectivamente, iguais a

$$s_1 = -\rho + \sqrt{\rho^2 - \theta^2} \quad e \quad s_2 = -\rho - \sqrt{\rho^2 - \theta^2}$$

Fazendo $\theta^2 - \rho^2 = b^2$

virá para valor de s_1 e s_2 o seguinte conjugado

$$s_1 = -\rho + bi \quad e \quad s_2 = -\rho - bi$$

De maneira que a equação (6) apresentar-se-á com a seguinte forma

$$V_1 = C_1 e^{(-\rho + bi)t} + C_2 e^{(-\rho - bi)t} =$$

$$= e^{-\rho t} (C_1 e^{bit} + C_2 e^{-bit}) \qquad (7)$$

em que C_1 e C_2 são constantes arbitrárias, cujos valores dependerão das condições em que se fizer a sua determinação.

Apliquemos à equação (7) a relação de Euler e teremos que

$$V_1 = e^{-\rho t} C_1 (\text{sen } bt + i \cos bt) + C_2 (\text{sen } bt - i \cos bt) =$$

$$= e^{-\rho t} \left[(C_1 + C_2) \text{sen } bt + i (C_1 - C_2) \cos bt \right] =$$

$$= e^{-\rho t} (A_2 \text{ sen } bt + B_2 \cos bt) \qquad (8)$$

tendo-se feito, previamente,

$$C_1 + C_2 = A_2 \quad e \quad i (C_1 - C_2) = B_2$$

A equação (8) constitue, neste caso, uma das soluções da equação (5).

Mas, em virtude de haver nesta expressão um segundo membro, temos de considerar ainda uma outra solução particular, que poremos da seguinte forma,

$$V = e^{-\alpha t} (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t)$$

A soma destas duas soluções será a solução geral da equação (5).

Se derivarmos, sucessivamente, a equação (9) em relação a *t*, obteremos para derivadas de primeira e segunda ordem as seguintes expressões

$$\frac{dV}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t} (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) +$$

$$+ e^{-\alpha t} (\omega' A_1 \cos \omega' t - \omega' B_1 \text{ sen } \omega' t) =$$

$$= e^{-\alpha t} \left[-\alpha (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) + \right.$$

$$\left. + \omega' (A_1 \cos \omega' t - B_1 \text{ sen } \omega' t) \right]$$

e

$$\frac{d^2 V}{dt^2} = -\alpha e^{-\alpha t} \left[-\alpha (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) + \right.$$

$$\left. + \omega' (A_1 \cos \omega' t - B_1 \text{ sen } \omega' t) \right] +$$

$$+ e^{-\alpha t} \left[-\alpha \omega' (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) + \right.$$

$$\left. + \omega'^2 (-A_1 \cos \omega' t - B_1 \text{ sen } \omega' t) \right] =$$

$$= e^{-\alpha t} \left[(\alpha^2 \omega'^2) (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) - \right.$$

$$\left. - 2 \alpha \omega' e^{-\alpha t} (A_1 \cos \omega' t + B_1 \text{ sen } \omega^1 t) \right]$$

Introduzindo os valores de V, $\frac{dV}{dt}$ e $\frac{d^2 V}{dt^2}$ no primeiro membro da equação (5), virá

$$e^{-\alpha t} (\alpha^2 - \omega'^2) (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) -$$

$$- 2 \alpha \omega' e^{-\alpha t} (A_1 \cos \omega' t - B_1 \text{ sen } \omega' t) +$$

$$+ 2 \rho e^{-\alpha t} \left[-\alpha (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) + \right.$$

$$\left. + \omega' (A_1 \cos \omega' t - B_1 \text{ sen } \omega^1 t) \right] +$$

$$+ \theta^2 e^{-\alpha t} (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) =$$

$$= \theta^2 e^{-\alpha t} E \cos \omega' t$$

ou, desembaraçando dos parêntesis os termos sinusoidais,

$$e^{-\alpha t} (\alpha^2 - \omega'^2) A_1 \text{ sen } \omega' t +$$

$$+ e^{-\alpha t} (\alpha^2 - \omega'^2) B_1 \cos \omega^1 t - 2 \omega' e^{-w't} A_1 \cos \omega' t +$$

$$+ 2 \omega' \alpha e^{-\alpha t} B_1 \text{ sen } \omega' t - 2 \rho \alpha e^{-\alpha t} A_1 \text{ sen } \omega' t -$$

$$- 2 \rho \alpha e^{-\alpha t} B_1 \cos \omega' t + 2 \rho \omega' e^{-\alpha t} A_1 \cos \omega' t -$$

$$- 2 \rho \omega' e^{-\alpha t} B_1 \text{ sen } \omega' t + \theta^2 e^{-\alpha t} A_1 \text{ sen } \omega' t +$$

$$+ \theta^2 e^{-\alpha t} \cos \omega' t = \theta^2 e^{-\alpha t} E \cos \omega' t \qquad (10)$$

Se dividirmos ambos os membros da equação (10) por $e^{-\alpha t}$, e reunirmos todos os termos que no primeiro membro sejam afectados pela mesma função sinusoidal sem $\omega' t$, estes serão nulos para $t = 0$, pelo que a sua soma será nula.

Portanto, vem

$$(\alpha^2 - \omega'^2) A_1 + 2 \omega' \alpha B_1 - 2 \rho \alpha A_1 - 2 \rho \omega' B_1 +$$

$$+ \theta^2 A_1 = (\alpha^2 - \omega'^2 - 2 \rho\alpha + \theta^2 + 2 \omega' (\alpha - \rho) B_1 = 0 \qquad (11)$$

Nesta expressão ainda é possível substituir o valor de θ porque, como vimos a propósito da integração geral do primeiro membro da equação (5), fizémos

$$\theta^2 - \rho^2 = b^2 \quad \text{de onde} \quad \theta^2 = b^2 + \rho^2$$

Este valor pode, portanto, ser introduzido na expressão (11), e, então, tornar-se-á na seguinte expressão.

$$(\alpha^2 - \omega'^2 - 2\,\rho\,\alpha + b^2 + \rho^2)\,A_1 + 2\,\omega'\,(\alpha - \rho)\,B_1 =$$

$$= \left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\ \right] A_1 + 2\,\omega'\,(\alpha - \rho)\,B_1 = 0 \qquad (12)$$

visto ser

$$\alpha^2 - 2\,\rho\,\alpha + \rho^2 = (\alpha - \rho)^2$$

Resumamos, agora, todos os termos que na equação (10) são afectados pela função sinusoidal cos ω' t, pelo que se verifica

$$(\alpha^2 - \omega'^2)\,B_1 + 2\,\omega'\,\alpha\,A_1 - 2\,\rho\,\alpha\,B^1 +$$

$$+ 2\,\rho\,\omega'\,A_1 + \theta^2\,B_1 = \theta^2\,E$$

ou

$$(\alpha^2 - \omega'^2 - 2\,\rho + \theta^2)\,B_1 + (2\,\rho\,\omega' - 2\,\omega'\,\alpha)A_1 = \theta^2\,E$$

Substituindo no primeiro membro θ^2 pelo seu valor, temos que

$$(\alpha^2\,\omega'^2 - 2\,\rho\,\alpha + b^2 + \rho^2)\,B_1 + 2\,\omega'\,(\rho - \alpha)\,A_1 =$$

$$= \left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\ \right] B_1 + 2\,\omega'\,(\rho - \alpha)\,A_1 = \theta^2\,E \qquad (13)$$

Das expressões (12) e (13) deduzimos os valores das constantes A_1 e B_1 e então, temos que

$$A_1 = -\ \frac{2\,\omega'\,(\alpha - \rho)\,B_1}{(\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2}$$

Introduzindo este valor na equação (13), vem

$$\left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\ \right] B_1 + 2\,\omega'\,(\rho - \alpha)$$

$$\frac{-\,2\,\omega'\,(\alpha - \rho)\,B_1}{(\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2} = \theta^2\,E$$

Isolando o valor de B_1 na equação (12) e introduzindo o valor de A_1, vem

$$B_1 = -\ \frac{\left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\ \right]\,\theta\,E}{\left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\ \right]^2 + 4\,\omega'^2\,(\alpha - \rho)^2}$$

Para bem se compreender o que se vai seguir e, ao mesmo tempo, simplificar ainda mais as expressões analíticas resultantes, vamos fazer em A_1 e B_1

$$\omega' + b = 2\,\delta \ ; \ \omega' - b = 2\,\eta \ \text{ e } \ \alpha - \rho = 2\,\varepsilon$$

de onde deduzimos que

$$\omega'^2 - b^2 = 4\,\delta\,\eta \qquad \text{ou} \qquad b^2 - \omega'^2 = -\,4\,\delta\,\eta$$

$$2\,\omega' = 2\,(\delta + \eta) \qquad \text{e} \qquad (\alpha - \rho)^2 = 4\,\varepsilon^2$$

A introdução destas simplificações aos valores de A_1 e B_1 dão lugar às seguintes expressões,

$$A_1 = -\ \frac{4(\delta + \eta)\,\varepsilon\,\theta^2\,E}{4\,\varepsilon^2\left[\,(4\,\varepsilon^2 - 4\,\delta\,\eta)^2 + 4\,(\delta + \eta)^2\right.} =$$

$$= -\ \frac{\theta^2\,E}{4}\ \frac{(\delta + \eta)\,\varepsilon}{(\varepsilon^2 + \delta^2)\,(\varepsilon^2 + \eta^2)} \qquad (14)$$

$$B_1 = \frac{\left[\ (\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\right]\theta^2\,E}{\left[(\alpha - \rho)^2 + b^2 - \omega'^2\right]^2 + 4\,\omega'^2\,(\alpha - \rho)^2} =$$

$$-\ \frac{\theta^2\,E}{4}\ \frac{(\varepsilon^2 - \delta\,\eta)}{(\varepsilon^2 + \delta^2)\,(\varepsilon^2 + \eta^2)} \qquad (15)$$

As expressões de A_1 e B_1 são ainda susceptíveis de serem mais simplificadas sem que daí resulte grande alteração nos seus valores e no seu sentido, como mais tarde explicaremos.

Vejamos os seguintes termos que afectam os seguintes membros das expressões (14) e (15),

$$\varepsilon^2 - \delta\,\eta \quad ; \quad \varepsilon^2 + \delta^2 \quad \text{e} \quad \delta + \eta$$

Fizemos

$$\varepsilon = \frac{\alpha - \rho}{2} \ ; \ \delta = \frac{\omega' + b}{2} \ \text{ e } \ \rho = \frac{R}{2\,L}$$

Ora

$$\alpha = \frac{R'}{2\,L'} \quad \text{e} \quad \rho = \frac{R}{2\,L}$$

têm valor muito aproximado; logo a diferença $(\alpha - \rho)$ é muito pequena e mais pequeno é o valor do seu quadrado, pelo que pode ser desprezado, aproveitando-se, apenas, o valor de $-\,\delta\,\eta$.

As mesmas considerações podem ser aplicadas à soma $\varepsilon^2 + \delta^2$ e, portanto, aproveitar-se, apenas, o valor de δ.

Quanto ao terceiro termo verificar-se-á que η poderá ser desprezado por ser muito mais pequeno que δ, visto que este é igual à semi-soma de $\omega' + b$ e o primeiro igual à semi-diferença; Logo, aproveitaremos, sem grande erro, só o valor δ e então simplificaremos ainda mais os valores de A_1 e B_1 pelo que teremos

$$A_1 = -\ \frac{\theta^2\,E}{4}\ \frac{-\,\delta\,\eta}{\delta^2\,(\varepsilon^2 + \eta^2)} = -\ \frac{\theta^2\,E\,\varepsilon}{4\,\delta\,(\varepsilon^2 + \eta^2)}$$

$$B_1 = \frac{\theta^2\,E}{4}\ \frac{-\,\delta\,\eta}{\delta^2\,(\varepsilon^2 + \eta^2)} = -\ \frac{\theta^2\,E\,\eta}{4\,\delta\,(\varepsilon^2 + \eta^2)}$$

Como então dissemos, a solução geral da equação (5) é representada pela soma das duas soluções desta equação e teremos que

$$V = e^{-\,\rho t}\,(A_2\,\text{sen}\,b\,t + B_2\,\cos b\,t) +$$

$$+\ e^{-\,\alpha t}\,(A_1\,\text{sen}\,\omega'\,t + B_1\,\cos\omega'\,t) \qquad (16)$$

Para A_1 e B_1 já se obtiveram os respectivos valores.

Falta, portanto, deduzir os valores das constantes A_2 e B_2 da primeira solução achada.

As condições iniciais, que vamos pôr para a determinação de A_2 e B_2, são as seguintes; para $t = 0$, ser,

$$V = 0; \quad \frac{dV}{dt} = 0; \text{ sen } bt = \text{sen } \omega' t = 0; \cos bt = \cos \omega' t = 1.$$

Então sendo $V = 0$; $\text{sen } bt = \text{sen } \omega' t = 0$ e $\cos \omega' t = \cos bt = 1$ será

$$V = e^{-pt} (A_2 \text{ sen } bt + B_2 \cos bt) + e^{-\alpha t} (A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) = 0$$

de modo que resulta ser

$$e^{-pt} B_2 \cos bt + e^{-\alpha t} B_1 \cos \omega' t = 0$$

pelo que

$$B_2 + B_1 = 0 \quad \text{ou} \quad B_2 = -B_1$$

Agora para

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

teremos que

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= -p e^{-pt} (A_2 \text{ sen } bt + B_2 \cos bt) + \\ &+ e^{-pt} (bA_2 \cos bt - bB_2 \text{ sen } bt) - \\ &- \alpha e^{-\alpha t} A_1 \text{ sen } \omega' t + B_1 \cos \omega' t) + \\ &+ e^{-\alpha t} (A_1 \omega' \cos \omega' t - B_1 \omega' \text{ sen } \omega' t) = \\ &= e^{-pt} \left[-(A_2 p + B_2 b) \text{ sen } bt + (A_2 b - B_2 p) \cos bt \right] \\ &+ e^{-\alpha t} \left[-(A_1 \alpha + B_1 \omega') \text{ sen } \omega' t + \right. \\ &\left. + (A_1 \omega' - B_1 \alpha) \cos \omega' t \right] = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

Desta expressão deduz-se que, sendo $t = 0$, virá

$$\text{sen } bt = \text{sen } \omega' t = 0 \text{ e } \cos bt = \cos \omega' t = 1$$

pelo que teremos

$$A_2 b - B_2 + A_1 \omega' - B_1 = 0 \text{ ou}$$

$$A_2 b + A_1 \omega' = B_2 p + B_1 \alpha$$

Mas, como já vimos

$$B_2 = -B_1$$

de maneira que será

$$A_2 b + A_1 \omega' = -B_1 p + B_1 \alpha = B_1 (\alpha - p) = 2 \varepsilon B_1$$

visto ser

$$\alpha - p = 2 \varepsilon$$

Agora já se pode deduzir os valores de A_2 e B_2, pois que sendo

$$B_2 = -B_1$$

será

$$B_2 = -B_1 = \frac{\theta^2 E \eta}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)}$$

e

$$A_2 b + A_1 \omega' = 2 \varepsilon B_1$$

pelo que virá

$$A_2 b = 2 \varepsilon B_1 - \omega' A_1$$

de onde se tira que

$$A_2 = \frac{2 \varepsilon}{b} B_1 - \frac{\omega'}{b} A_1 = \frac{1}{b} (2 \varepsilon B_1 - \omega' A_1) = \frac{2 \varepsilon B_1 - \omega' A_1}{b}$$

Substituindo os valores de A_1 e B_1, vem

$$A_2 = \frac{2 \varepsilon B_1 - \omega' A_1}{b} = \frac{\dfrac{2 \varepsilon \theta^2 E \eta}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)} + \dfrac{\omega' \theta^2 E \varepsilon}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)}}{b} =$$

$$= \frac{\theta^2 E \varepsilon}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)} \cdot \frac{\omega' - 2 \eta}{b}$$

Tal como fizemos para os valores de A_1 e B_1 poderemos manter o mesmo grau de aproximação, e, por isso, pode-se desprezar sem grande erro a fracção

$$\frac{\omega' - 2 \eta}{b}$$

que é mais próxima da unidade, e, portanto, virá para valor de A_2 e B_2 as seguintes expressões,

$$A_2 = \frac{\theta^2 E \varepsilon}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)} = -A_1 \text{ e}$$

$$B_2 = \frac{\theta^2 E \eta}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)} = -B_1$$

verificando-se, assim, que os valores dos coeficientes A_1 e B_2, B_1 e B_2 são iguais em valor absoluto, pelo que podemos representar

$$A = A_1 = -A_2 \quad \text{e} \quad B = B_1 = -B_2$$

e a solução geral de V será representada pela seguinte expressão

$$V = e^{-\rho t} (A \operatorname{sen} bt + B \cos bt) + $$
$$+ e^{-\alpha t} (A \operatorname{sen} \omega' t + B \cos \omega' t) \qquad (18)$$

Esta equação permite-nos concluir que o circuito do Transistor sede de duas oscilações, uma de pulsação b que é devida ao estado pscilatório estacionário próprio, e outra de pulsação ω' proveniente do circuito exterior.

Vamos agora ver os fenómenos que se passam no circuito do Transistor, quando se faz variar a frequência da Estação emissora.

Para se estudar os efeitos da variação no circuito do Transistor, que funciona como receptor, vamos considerar uma corrente variável de valor i, que a cada momento é a resultante de duas correntes correspondentes à oscilação própria estacionária no circuito do Transistor e à oscilação emitida pela estação emissora.

Haverá, portanto, duas oscilações, uma de pulsação b e outra de pulsação ω' e que, num dado momento, representaremos pela expressão

$$i = -C \frac{dV}{dt}$$

Como se trata de correntes variáveis, os seus valores não podem ser representados pelas suas intensidades eficazes.

Temos, pois, de considerar que a cada emissão os mesmos fenómenos se reproduzem periodicamente, podendo admitir-se que os seus valores são proporcionais à seguinte expressão

$$\int i^2 \, dt$$

aplicada a um grupo de ondas ou oscilações.

Considerando que a oscilação é completa, aquela expressão pode ser tomada entre os limites 0 e ∞, e então, teremos que

$$\int_0^\infty i^2 \, dt = C^2 \int_0^\infty \frac{d^2 V}{dt^2} \, dt \qquad (19)$$

Ora a expressão (18) representa o valor de V, pelo que a sua derivada primeira será igual a

$$\frac{dV}{dt} = -\rho e^{-\rho t} (A \operatorname{sen} bt + B \cos bt) +$$
$$+ e^{-\alpha t} (bA \cos bt - bB \operatorname{sen} bt) - \alpha e^{-\alpha t} \cdot$$
$$\cdot (A \operatorname{sen} \omega' t + B \cos \omega' t) + e^{-\alpha t} (A \omega' \cos \omega' t -$$
$$- B \omega' \operatorname{sen} \omega' t) = e^{-\rho t} \Big[-\rho (A \operatorname{sen} bt + B \cos bt) +$$
$$+ b (A \cos bt - B \operatorname{sen} bt) + e^{-\alpha t} \cdot$$
$$\cdot \Big[-\alpha (A \cos \omega' t + B \cos \omega' t) +$$
$$+ \omega' (A \cos \omega' t - B \cos \omega' t)$$

Se elevarmos ao quadrado esta expressão e a desenvolvermos, continuando a desprezar sem grande erro no seu grau de aproximação todas as potências de η e ε, e, bem assim, os respectivos produtos η ε teremos que

$$\frac{d^2 V}{dt^2} = (A^2 + B^2) \Big[\frac{b^2}{2} e^{-2\rho t} +$$
$$+ \frac{\omega'^2}{2} e^{-2\alpha t} - b \omega' e^{-(\rho + \alpha)t} \cos (b - \omega') t \Big]$$

Substituindo este valor na expressão (19), virá

$$C^2 \int_0^\infty \frac{d^2 V}{dt^2} \, dt = C^2 \int_0^\infty (A^2 + B^2) \Big[\frac{b^2}{2} \cdot$$
$$\cdot e^{-2\rho t} + \frac{\omega'^2}{2} e^{-2\alpha t} -$$
$$- b \omega' e^{-(\rho+\alpha)t} (\cos (b - w') t \Big] =$$
$$= C^2 (A^2 + B^2) \Big[\frac{b^2}{2} \int_0^\infty e^{-2\rho t} \, dt + \frac{\omega'^2}{2} \cdot$$
$$\cdot \int_0^\infty e^{-2\rho t} \, dt - b \omega' \int_0^\infty e^{-(\rho+\alpha)t} \cdot$$
$$\cdot (\cos (b - \omega') dt \Big] \qquad (20)$$

A integração da primeira e segunda parcela desta expressão tem por valor as seguintes expressões

$$\frac{b^2}{2} \int_0^\infty e^{-2\rho t} \, dt = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{1}{2\rho} = \frac{b^2}{4\rho}$$

$$\frac{\omega'^2}{2} \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \, dt = \frac{\omega'^2}{2} \cdot \frac{1}{2\alpha} = \frac{\omega'^2}{4\alpha}$$

A integração da terceira parcela faz-se por partes da seguinte forma

$$\int_0^\infty e^{-(\rho+\alpha)t} \cos (b - \omega') t \, dt =$$

$$= -\frac{e^{-(\rho+\alpha)t}}{\rho+\alpha}\cos(b-\omega')t - \int_0^\infty \frac{b-\omega'}{\rho+\alpha}\cdot$$

$$\cdot \operatorname{sen}(b-\omega')t\, e^{-(\rho+\alpha)t}dt = -\frac{e^{-(\rho+\alpha)t}}{\rho+\alpha}$$

$$\cos(b-\omega')t - \frac{e^{-(\rho+\alpha)t}}{\rho+\alpha}\operatorname{sen}(b-\omega')t -$$

$$-\int_0^\infty -\frac{e^{-(\rho+\alpha)t}}{\rho+\alpha}(b-\omega')\cos(b-\omega')t\,dt =$$

$$= -\frac{e^{-(\rho+\alpha)t}}{\rho+\alpha}\cos(b-\omega')t + \frac{b\,\omega'}{\rho+\alpha}e^{-(\rho+\alpha)t} -$$

$$-\operatorname{sen}(b-\omega')t - \frac{(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}\int_0^\infty \cos(b-\omega')t\,\cdot$$

$$\cdot\, e^{-(\rho+\alpha)t}\,t\,dt$$

Passando para o primeiro membro o integral do segundo membro vem,

$$\int_0^\infty e^{-(\rho+\alpha)t}\cos(b-\omega')t\,dt + \frac{(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}\cdot$$

$$\cdot\int_0^\infty e^{-(\rho+\alpha)t}\cos(b-\omega')t\,dt =$$

$$\left[\frac{(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}e^{-(\rho+\alpha)t}\operatorname{sen}(b-\omega')t -\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\rho+\alpha}e^{-(\rho+\alpha)t}\cos(b-\omega')t\right]_0^\infty$$

Daqui tira-se que

$$\int_0^\infty e^{-(\rho+\alpha)t}\cos(b-\omega')t\,dt =$$

$$\left[-\frac{\dfrac{(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}}{\dfrac{(\rho+\alpha)^2+(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}}e^{-(\rho+\alpha)t}\operatorname{sen}(b-\omega')t -\right.$$

$$\left.-\frac{\dfrac{1}{\rho+\alpha}}{\dfrac{(\rho+\alpha)^2+(b-\omega')^2}{(\rho+\alpha)^2}}e^{-(\rho+\alpha)t}\cos(b-\omega')t\right]_0^\infty$$

$$= \frac{\rho+\alpha}{(\rho+\alpha)^2+(b-\omega)^2}$$

Introduzindo na equação (20) os valores dos respectivos integrais, temos que

$$\int_0^\infty I^2\,dt = C^2\int_0^\infty \frac{d^2V}{dt^2}\,dt = C^2(A^2+B^2).$$

$$\cdot\left[\frac{b^2}{4\rho}+\frac{\omega'^2}{4\alpha}\cdot\frac{\rho+\alpha}{(\rho+\alpha)^2+(b-\omega')^2}\right] =$$

$$= C^2(A^2+B^2)\left[\frac{b^2\alpha+\omega'^2\rho}{4\rho\alpha} - \frac{\rho+\alpha}{(\rho+\alpha)^2+(b-\omega')^2}\right]$$

(21)

Recorrendo às relações atrás estabelecidas e que são

$$\omega' + b = 2\delta \;;\; \omega' - b = 2\eta \text{ e } \alpha - \rho = 2\varepsilon$$

obteremos as seguintes relações

$$\omega' = \delta + \eta \quad \text{ou} \quad \omega'^2 = \delta^2 + \eta^2 + 2\delta\eta$$

Multiplicando ambos os membros por ρ, vem

$$\omega'^2 = (\delta^2 + \eta^2 + 2\delta\eta)^2$$

e

$$b = \delta - \eta \quad \text{e} \quad b^2 = \delta^2 + \eta^2 - 2\delta\eta$$

Multiplicando também esta última expressão por α teremos

$$b^2\alpha = (\delta^2 + \eta^2 - 2\delta\eta)\alpha$$

(23)

Somando membro a membro as equações (22) e (23) e dividindo por $4\rho\alpha$ obteremos

$$\frac{b^2\alpha + \omega'^2\rho}{4\rho\alpha} =$$

$$\frac{(\delta^2+\eta^2-2\delta\eta)\alpha + (\delta^2+\eta^2+2\delta\eta)\rho}{4\rho\alpha} =$$

$$= \frac{\delta^2\alpha + \eta^2\alpha - 2\delta\eta\alpha + \delta^2\rho + \eta^2\rho + 2\delta\eta\rho}{4\rho\alpha} =$$

$$= \frac{\delta^2(\alpha+\rho) + \eta^2(\alpha+\rho) + 2\delta\eta(\rho-\alpha)}{4\rho\alpha}$$

Desprezando as duas últimas fracções, podemos ter com suficiente aproximação

$$\frac{b^2 \alpha + \omega'^2 \rho}{4 \rho \alpha} = \frac{\delta^2}{4 \rho \alpha} (\rho + \alpha) \qquad (24)$$

Fazendo

$$\rho + \alpha = 2 \theta$$

e elevando ao quadrado ambos os membros teremos

$$(\rho + \alpha)^2 = 4 \theta^2$$

Podemos aplicar esta simplificação ao último termo da equação (21) e então virá

$$\frac{\rho + \alpha}{(\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')^2} = \frac{\rho + \alpha}{4 \theta^2 + b^2 + \omega'^2 - 2 b \omega'} =$$

$$= \frac{\rho + \alpha}{4 \theta^2 + b^2 + \omega'^2 - 2 b \omega' (\delta^2 - \eta^2)} = \frac{\rho + \alpha}{4 (\theta^2 + \eta^2)} \qquad (25)$$

Porque sendo

$$\omega' - b = 2 \eta \; ; \; \omega' + b = 2 \delta \; ; \; \omega' = \delta + \eta \text{ e } b = \delta - \eta$$

ou, ainda,

$$b \omega' = \delta^2 - \eta^2 \quad \text{ou} \quad 2 b \omega' = 2 (\delta^2 - \eta^2)$$

será

$$\omega'^2 + b^2 = (\delta + \eta)^2 + (\delta - \eta)^2 = 2 (\delta^2 + \eta^2)$$

Substituindo em (21) os valores determinados em (24) e (25) teremos

$$\int_0^\infty i^2 \, dt = C^2 \int_0^\infty \frac{d^2 V}{dt^2} \, dt = C^2 (A^2 + B^2) \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{\delta^2}{4 \rho \alpha} (\rho + \alpha) - \frac{1}{4 (\theta^2 + \eta^2)} (\rho + \alpha) \right] =$$

$$= C^2 (A^2 + B^2) \frac{\rho + \alpha}{4} \left(\frac{\delta^2}{\rho \alpha} - \frac{1}{\theta^2 - \eta^2} \right)$$

Mas

$$\rho + \alpha = 2 \theta$$

pelo que multiplicando a última fracção por δ^2 a equação (26) transformar-se-á, por aproximação, na seguinte expressão,

$$\int_0^\infty i^2 \, dt = C^2 \int_0^\infty \frac{d^2 V}{dt^2} \, dt = C^2 (A^2 + B^2) \frac{\rho + \alpha}{4} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{\delta^2}{\rho \alpha} - \frac{\delta^2}{\theta^2 - \eta^2} \right) = C^2 (A^2 + B^2) \left(\frac{\theta^2 + \eta^2 - \rho \alpha}{\rho \alpha \, [\theta^2 + \eta^2]} \right) \frac{2 \theta \delta^2}{4} =$$

$$= C^2 (A^2 + B^2) \left(\frac{\theta^2 + \eta^2 - [\theta^2 - \delta^1]}{\rho \alpha (\theta^2 + \eta^2)} \right) \frac{\theta \delta^2}{2} =$$

$$= C^2 (A^2 + B^2) \frac{\delta^2 \theta^2 (\eta^2 + \varepsilon_1)}{2 \rho \alpha (\theta^2 + \eta^2)} \qquad (27)$$

As simplificações efectuadas nesta equação resultaram das seguintes expressões já estabelecidas

$\rho + \alpha = 2 \theta$; $\alpha - \rho = 2 \varepsilon$ de onde $(p + \theta)^2 = 4 \theta^2$ e $(\alpha - \rho)^2 = 4 \varepsilon^2$

O desenvolvimento destes quadros dá

$$\alpha^2 + \rho^2 + 2 \rho \alpha = 4 \theta^2 \quad \text{ou} \quad \alpha^2 + \rho^2 + 2 \rho \alpha = 4 \varepsilon^2$$

que, subtraindo membro, resulta obtermos

$$4 \rho \alpha = 4 \theta^2 - 4 \varepsilon^2 \quad \text{ou} \quad p \alpha = \theta^2 - \varepsilon^2$$

Para chegarmos ao final de todas estas transformações, falta-nos introduzir na equação (27) os valores de *A* e *B* que são, como já dissemos

$$A = \frac{\theta^2 E \varepsilon}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)} \quad \text{e} \quad B = \frac{\theta^2 E \eta}{4 \delta (\varepsilon^2 + \eta^2)}$$

Elevando ao quadrado estas duas expressões e somando-as membro a membro vem

$$A^2 + B^2 = \frac{\theta^4 E^2 (\varepsilon^2 + \eta^2)}{16 \delta^2 (\varepsilon^2 + \eta^2)} = \frac{\theta^4 E^2}{16 \delta^2 (\varepsilon^2 + \eta^2)^2}$$

Fazendo a substituição na expressão (27), teremos

$$\int_0^\infty i^2 \, dt = C^2 \int_0^\infty \frac{d^2 V}{dt^2} \, dt = C^2 \frac{\theta^4 E^2}{16 \delta^2 (\varepsilon^2 + \eta^2)} \cdot$$

$$\cdot \frac{\delta^2 \theta^5 (\varepsilon^2 + \eta^2)^2}{2 \rho \alpha (\delta^2 + \eta^2)} = \frac{C^2 \theta^5 E^2}{32 \rho \alpha (\theta^2 + \eta^2)} \qquad (28)$$

Esta equação ainda pode ser simplificada, visto que, sendo

$$\rho + \alpha = 2 \theta \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{\rho + \alpha}{2}$$

será

$$\theta^5 = \frac{(\rho + \alpha)^5}{32} = \frac{(\rho + \alpha)^4 (\rho + \alpha)}{8 \times 4}$$

Poderemos desprezar a quarta potência de $\rho + \alpha$ e substituir $(\rho + \alpha)^5$ apenas pela fracção

$$\frac{\rho + \alpha}{4}$$

e, então, teremos

$$\int_0^\infty i^2\,dt = \frac{C^2 E^2 (\rho + \alpha)}{16\,\rho\,\alpha} \cdot \frac{1}{4\,(\theta^2 + \eta^2)} \qquad (29)$$

Como a capacidade *C* é o elemento variável do circuito emissor, vamos substitui-lo por outro elemento do circuito que seja constante.

Para isso, recorremos à condição de Ressonância que resulta da equação

$$L\,\omega' - \frac{1}{C\,\omega'} = 0$$

Como a pulsação ω' já está implícita na equação (29), façamos

$$C = \frac{1}{L} \quad \text{ou} \quad C^2 = \frac{1}{L^2}$$

Além disso, sabemos que

$$4\,\theta^2 = (\rho + \alpha)^2 \quad \text{e} \quad (b - \omega') = 4\,\eta^2$$

de onde resulta, se somarmos membro a membro, que

$$4\,(\theta^2 + \eta^2) = (\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')$$

Introduzindo estas expressões na equação (29), teremos, finalmente

$$\int_0^\infty i^2\,dt = \frac{E^2}{16\,L^2} \cdot \frac{\rho + \alpha}{\rho\,\alpha} \cdot \frac{1}{(\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')}$$

O primeiro membro representa a cada momento as variações da corrente resultante das duas correntes correspondentes às duas oscilações de pulsação b e ω'.

Representemos por *y* o valor da resultante das duas oscilações a *b* e ω', e teremos que

$$y = \frac{E^2}{16\,L^2} \cdot \frac{\rho + \alpha}{\rho\,\alpha} \cdot \frac{1}{(\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')}$$

Ora *y* será máximo quando for $b = \omega'$, isto é, quando as duas pulsações forem iguais, de que resultará ser

$$b - \omega' = 0$$

Logo teremos,

$$Y_{max} = \frac{E^2 (\rho + \alpha)}{16\,L^2\,\rho\,\alpha\,(\rho + \alpha)^2} = \frac{E}{16\,L^2\,\rho\,\alpha\,(\rho + \alpha)}$$

As variações de *y* poderão ser representadas a cada momento pela seguinte expressão

$$y = Y_{max} \frac{(\rho + \alpha)^2}{(\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')^2} \qquad (30)$$

visto que quando for

$$y = Y_{max}$$

será, evidentemente,

$$\frac{(\rho + \alpha)^2}{(\rho + \alpha)^2 + (b - \omega')} = 1$$

Se desembaraçarmos a equação (30) dos seus denominadores e reduzirmos a equação a zero, teremos que

$$y\,(\rho + \alpha)^2 + y\,(b - \omega')^2 - Y_{max.}\,(\rho + \alpha)^2 = 0$$

ou

$$y\,(b - \omega)^2 + (y - Y_{max})\,(\rho + \alpha)^2 = 0 \qquad (31)$$

Designemos por γ_1 e γ_2 os decrementos logaritmos que correspondem, respectivamente, aos amortecimentos ρ e α.

Teremos que

$$\rho = \frac{b}{2\,\pi}\,y' \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{\omega'}{2\,\pi}\,y^2$$

visto ser

$$\rho = \frac{R}{2\,L} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{R'}{2\,L'}$$

e como

$$T = \frac{2\,\pi}{b} \quad \text{e} \quad T' = \frac{2\,\pi}{\omega'}$$

será

$$Y_1 = \rho\,\frac{2\,\pi}{b} \quad \text{e} \quad Y_2 = \frac{2\,\pi}{\omega'}$$

de onde se conclue que

$$\rho = \frac{b}{2\,\pi}\,y_1 \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{\omega'}{2\,\pi}\,y^2$$

Somando membro a membro estas duas expressões, temos que

$$\rho + \alpha = \frac{b}{2\,\pi}\,y_1 + \frac{\omega'}{2\,\pi}\,y_2 = \frac{b\,Y_1 + \omega'\,y_2}{2\,\pi}$$

e substituindo estes valores na equação (31), vem

$$y\,(b - \omega')^2 + (y - Y_{max})\left(\frac{b\,y_1 + \omega'\,y_2}{2\,\pi}\right)^2 =$$

$$= y\,(b - \omega')^2 + (y - Y_{max})\,\frac{(b\,y_1 + \omega'\,y_2)}{4\,\pi^2} \qquad (32)$$

Esta é a equação fundamental a partir da qual podemos estudar como se gera a curvade ressonância no circuito do Transistor e o seu amortecimento.

Para se conseguir tal estudo vamos aplicar o sistema de Coordenadas Cartesianas, Fig. 3.

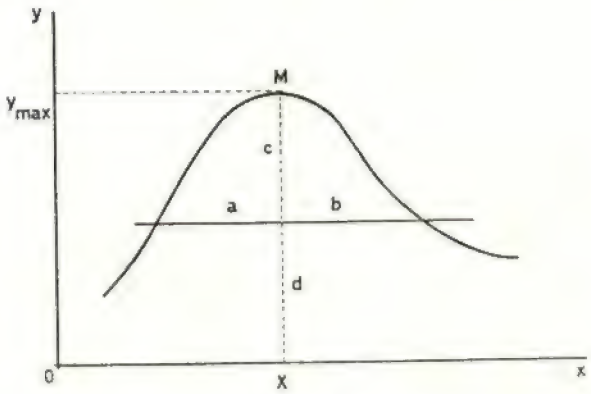


FIG. 3

Para isso marcam-se sobre o eixo das abcissas os valores de *C*, os quais são deduzidos da expressão

$$\sqrt{C} = \frac{1}{b\sqrt{L}}$$

resultantes da conhecida Fórmula de Thompson, e, que, como se vê, são inversamente proporcionais a *b*, e, sobre o eixo das ordenadas, os valores correspondentes a *y*.

Para se obter a equação de uma tal curva, substitue-se na equação (32) o valôr de *b* por uma fracção que representaremos por *1/x*, e *ω'* por outra fracção que será representada, também, por outra fracção 1/x, e em que *y* representará, por sua vez, o ponto de encontro das ordenadas de Y_{max}.

Nestas circunstâncias ter-se-á

$$4\pi^2 y (b - \omega')^2 + (y - Y_{max})(b Y_1 + \omega' Y_1)^2 =$$

$$= 4\pi^2 y \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\right)^2 + (y - Y_{max}) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{Y_1^2}{x^2} + \frac{Y_2^2}{X^2}\right) = = 4\pi^2 y \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{X^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{xX}\right) + (y - Y_{max}) \left(\frac{\gamma_1^2}{x^2} + \frac{\gamma_2^2}{X^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\gamma_1\gamma_2}{xX}\right) = 4\pi^2 y \left(\frac{x^2 + X^2 - 2xX}{x^2X^2}\right) +$$

$$+ (y - Y_{max}) \frac{\gamma_1^2 X^2 + \gamma_2^2 x^2 + 2\gamma_1\gamma_2 xX}{x^2X^2} =$$

$$= = 4\pi^2 y \frac{(x - X)^2}{x^2X^2} + (y - Y_{max}) \cdot$$

$$\cdot \frac{(\gamma_1 X + \gamma_2 x)^2}{x^2X^2} =$$

$$= \frac{4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max})(\gamma_1 X + \gamma_2 x)^2}{x^2X^2} = 0$$

ou, desembaraçando dos denominadores

$$4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max})(\gamma_1 X - \gamma_2 x)^2 = 0 \qquad (33)$$

Façamos

$$\gamma_1 X + \gamma_2 x = \gamma_1 X + \gamma_2 X + \gamma_2 x - \gamma_2 X =$$
$$= (\gamma_1 + \gamma_2) X + (x - X)\gamma_2$$

e introduzamos este valor na equação (33) e virá

$$4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max})(\gamma_1 X + \gamma_2 x)^2 =$$

$$= 4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max}) \left[(\gamma_1 + \gamma_2) X + \right.$$

$$\left. + (x - X)\gamma_2 \right]^2 = 4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max}) \cdot$$

$$\cdot \left[(\gamma_1 + \gamma_2)^2 X^2 + (x - X)^2 \gamma_2^2 + \right.$$

$$\left. + 2\gamma_2 X (\gamma_1 + \gamma_2)(x - X) \right] =$$

$$= 4\pi^2 y (x - X)^2 + (y - Y_{max})(\gamma_1 + \gamma_2)^2 X^2 +$$

$$+ (y - Y_{max})(x - X)^2 \gamma_2^2 + 2\gamma_2 X (y - Y_{max})(\gamma_1 +$$

$$+ \gamma_2)(x - X) = 0$$

Se considerarmos um ponto da curva de Ressonância em que a diferença das frequências *b* e w' seja muito pequena, poderemos desprezar os termos

$$(y - Y_{max})(x - X)^2 \gamma_2^2$$

por neste caso $(x - X)^2$ ser muito pequeno e *y* estar muito próximo de Y_{max}.

Portanto, todos os termos que o contiverem, podem ser desprezados, e, neste caso, a equação da Curva de Ressonância tornar-se-á na seguinte expressão,

$$4\pi^2 y (x - X)^2 + 2(y - Y_{max})(x - X)\gamma_2 X +$$

$$+ (y - Y_{max})(\gamma_1 + \gamma_2)^2 X^2 = 0 \qquad (34)$$

Dividindo esta equação pelo factor $(x - X)^2$, vem

$$4\pi^2 y + 2(y - Y_{max}) \frac{\gamma_2 X}{x - X} + (y - Y_{max}) \cdot$$

$$\cdot (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \frac{X^2}{(x - X)^2} = 0 \qquad (35)$$

Da discussão da equação (34) verifica-se que quando for

$$x = X \quad e \quad (y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2 = 0$$

só poderá ser

$$y - Y_{max} = 0 \quad \text{de onde} \quad y = Y_{max}$$

visto serem

$$X^2 \neq 0 \quad e \quad \gamma_1 + \gamma_2 \neq 0$$

Portanto, X e Y_{max} são as coordenadas do valor máximo da corrente *y* segundo as condições estabelecidas, e, à sua variação corresponderá uma curva de *Ramos assintóticos*, a qual não muda de sentido, Fig. 3.

Prosseguindo ainda no estudo da equação (35) observa-se que quando $x = \infty$, a equação se torna na seguinte expressão

$$4\,\pi^2\,y + 2\,y\,\gamma_2 - 2\,Y_{max}\;\gamma_2 + y\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2 -$$

$$- Y_{max}\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2 = y\left[\,4\,\pi^2 + 2\,\gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2\,\right] -$$

$$- Y_{max}\left[\,2\,\gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2\,\right] = 0$$

De aqui se tira que

$$y = Y_{max}\,\frac{2\,\gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2}{4\,\pi^2 + 2\,\gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2} =$$

$$= Y_{max}\,\frac{1}{\dfrac{4\,\pi^2}{2\,\gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2} + 1} \qquad (36)$$

Esta expressão mostra, claramente, que a evolução da curva é mesmo *assintótica* em relação ao eixo dos XX.

As oscilações da corrente têem sempre o mesmo sentido não havendo inversão na sua propagação.

Conclue-se, pois, que o Transistor funciona como uma espécie de oscilador ou Reactor de correntes variáveis de altíssima frequência, propagando-se todas no mesmo sentido.

Mas, vamos concluir o nosso estudo do funcionamento do Transistor.

Para isso, vamos determinar, em última análise o valor dos decrementos logaritmos γ_1 e γ_2 para chegarmos a uma conclusão final do nosso estudo.

Tomemos na equação (35) o valor de $(x - X)$ como variável.

Temos uma equação do segundo grau que tem como solução duas raízes que são

$$(x' - X) = \frac{-\,2\,(y - Y_{max})\,\gamma_2\,X + \sqrt{4\,(y - Y_{max})^2\,\gamma_2^2\,X^2 - 16\pi^2\,y\,(y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2}}{8\,\pi^2\,y}$$

$$(x'' - X) = \frac{-\,2\,(y - Y_{max})\,\gamma_1\,X - \sqrt{4\,(y - Y_{max})^2\,\gamma_2\,X^2 - 16\,\pi^2\,y\,(y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2}}{8\,\pi^2\,y}$$

O produto das duas raízes $(x' - X)\;(x'' - X)$ dá uma diferença de quadrados, e assim, teremos que

$$(x' - X)\,(x'' - X) = \frac{4\,(y - Y_{max})^2\,\gamma_2^2\,X^2 - 4\,(y - Y_{max})^2\,\gamma_2^2\,X^2 + 16\,\pi^2\,y\,(y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2}{64\,\pi^4\,y^2} =$$

$$= \frac{16\,\pi^2\,y\,(y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2}{64\,\pi^4\,y^2} = \frac{(y - Y_{max})\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2}{4\,\pi^2\,y} \qquad (37)$$

Nesta expressão há duas incógnitas a determinar e que são os decrementos logaritmos γ_1 e γ_2.

Determinemos o valor da sua soma.

Para isso, tracemos na Fig. 3 uma recta *AB* paralela das abcissas *xx*.

Esta recta ficará dividida em dois segmentos *a* e *b*.

Por sua vez a ordenada Y_{max} do ponto M ficará também dividida em dois segmentos *c* e *d*.

De forma que se fôr

$$c = y \;\; ; \;\; d = Y_{max} - y \;\; ; \;\; a = X - x'$$

será

$$-\,a = x' - X \quad e \quad b = x'' - X$$

Temos, assim, transformado o valor das duas soluções da equação (37), que vamos introduzir na respectiva equação, tendo o cuidado de multiplicar ambos os membros por $-\,1$, pelo que teremos,

$$ab = \frac{d\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,X^2}{4\,\pi^2\,c} \quad \text{ou} \quad 4\,\pi^2\,abc = d\,(\gamma_1 + \gamma_2)^2\,x^2$$

Daqui se tira, finalmente, que

$$(\gamma_1 + \gamma_2)^2 = \frac{4\pi^2}{X^2}\sqrt{\frac{abc}{d}} \quad \text{ou} \quad \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{2\pi}{X}\sqrt{\frac{abc}{d}}$$

Com o valor da soma dos decrementos logaritmos se obtém a chamada *Curva de Ressonância*.

Mas, para se determinar o valor isolado de cada *decremento logaritmo* é necessário recorrer à variação dos elementos que constituem o circuito receptor, mantendo-se, como é óbvio, todos os elementos do circuito emissor constantes.

Neste caso o decremento logaritmo do circuito receptor tomará o valor γ'_2 e, pelo mesmo processo, se construirá uma nova curva de onde se deduzirá o valor da soma dos decrementos logaritmos e que será representado pela nova equação

$$\gamma_1 + \gamma'_2 = \frac{2\pi}{X}\sqrt{\frac{a'b'c'}{d'}}$$

ficando, assim, com duas equações a três incógnitas γ_1, γ_2 e γ'_2.

Para se obter o seu valor individual é necessário obter uma terceira equação para que o sistema fique bem determinado.

Com esse fim recorre-se à nossa conhecida expressão, obtida anteriormente, e que é a seguinte

$$Y_{max} = \frac{E^2}{16\,L^2}\,\frac{1}{\rho\,\alpha\,(\rho + \alpha)}$$

de onde se deduz que

$$Y_{max}\,(\rho + \alpha)\,\rho\,\alpha = \frac{E^2}{16\,L^2}$$

Na proximidade da *Ressonância* os decrementos γ_1 e γ_2 são, praticamente, iguais a ρ e α, e, por isso, os factores de amortecimento podem ser substituídos pelos respectivos *decrementos logaritmos*, e, então, teremos que

$$Y_{max}\,(\gamma_1 + \gamma_2)\,\gamma_1\,\gamma^2 = \frac{E^2}{16\,L^2} = C^{te}$$

visto E e L serem constantes.

Para a segunda variação, que fizemos, teremos pela mesma razão o novo valor Y'_{max}, que corresponde ao valor máximo de *y* numa expressão análoga, isto é,

$$Y'_{max}\,(\gamma_1 + \gamma'_2)\,\gamma_1\,\gamma'_2 = C^{te}$$

Daqui resulta que

$$Y_{max}\,(\gamma_1 + \gamma_2)\,\gamma_1\,\gamma_2 = Y'_{max}\,(\gamma_1 + \gamma'_2)\,\gamma_1\,\gamma'_2$$

que, simplificando, dá

$$Y_{max}\,(\gamma_1 + \gamma_2)\,\gamma_2 = Y'_{max}\,(\gamma_1 + \gamma'_2)\,\gamma'_2$$

Temos, portanto, um sistema de três equações a três incógnitas e que são

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \frac{2\pi}{X}\sqrt{\frac{abc}{d}}\ ;$$

$$\gamma_1 + \gamma'_2 = \frac{2\pi}{X}\sqrt{\frac{a'b'c'}{d'}}$$

$$Y_{max}\,(\gamma_1 + \gamma_2)\,\gamma_2 = Y'_{max}\,(\gamma_1 + \gamma'_2)\,\gamma'_2$$

É evidente que é deste sistema de equações que se deduzem os valores de γ_1, γ_2 e γ'_2.

Não nos interessa, porém, determinar em particular os valores de cada um dos decrementos logaritmos, mas, tão somente, verificar como é que o *decremento resultante* varia, quando os elementos do circuito se modificam co ma recepção das oscilações exteriores.

Nestas circunstâncias vamos considerar que, num dado momento, essa variação adquiriu o valor representado pela equação

$$i = e^{-\alpha t}\ I \operatorname{sen} \omega' t$$

A quantidade de energia eléctrica nesse instante será igual a

$$Ri^2\,dt = Ri^2\,e^{-2\alpha t}\operatorname{sen}^2 \omega' t\,dt$$

em que *R* é a resistência do circuito e *I* o valor máximo de *i*.

Representando, como já fizemos,

$$y = Ri^2\,dt$$

teremos que a sua integração será representada pelo seguinte desenvolvimento

$$y = RI^2 \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \operatorname{sen}^2 \omega' t\,dt = RI^2 \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cdot \frac{1 - \cos 2\omega' t}{2}\,dt = \frac{RI^2}{2}\left[\frac{1}{2\alpha} - \frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t\,dt\right] \qquad (38)$$

A integração por partes do último termo será igual a

$$\int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t\,dt = \frac{1}{2} \cos 2\omega' t - \frac{\omega'}{2} \cdot$$

$$\cdot \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \operatorname{sen} 2\omega' t dt = \frac{1}{2\alpha} e^{-2\alpha t} \cdot$$

$$\cdot \cos \omega' t + \frac{\omega'}{2\alpha^2} e^{-2\alpha t} - \frac{\omega'^2}{\alpha^2} \cdot$$

$$+ \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t dt$$

Passando para o primeiro membro o último integral, temos que

$$\int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t + \frac{\omega'^2}{\alpha^2} \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cdot$$

$$\cdot \cos 2\omega' t dt =$$

$$= \left(1 + \frac{\omega'^2}{\alpha^2}\right) \cdot \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t dt =$$

$$= \left[\frac{1}{2\alpha^2} e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t + \frac{\omega'}{2\alpha^2} e^{-2\alpha t} \operatorname{sen} 2\omega' t\right]_0^\infty =$$

$$= \left[\frac{e^{-2\alpha t}}{2\alpha^2} (\alpha \cos 2\omega' t + \omega' \operatorname{sen} 2\omega' t)\right]_0^\infty = \frac{1}{2\alpha}$$

porque, tomando os limites, teremos

$$\text{para } t = \infty \begin{cases} \cos 2\omega' t = 0 \\ \operatorname{sen} 2\omega' t = 1 \\ e^{-2\alpha t} = 0 \end{cases}$$

$$\text{e para } t = 0 \begin{cases} \cos 2\omega' t = 1 \\ \operatorname{sen} 2\omega' t = 0 \\ e^{-2\alpha t} = 1 \end{cases}$$

de maneira que

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t dt = \frac{\frac{1}{2\alpha}}{\frac{\alpha^2 + \omega'^2}{\alpha^2}} = \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \omega'^2)}$$

Da introdução de este valor na equação (38) resulta que

$$y = \frac{RI^2}{2}\left(\frac{1}{2\alpha} - \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \cos 2\omega' t dt\right) = \frac{RI^2}{2}\left(\frac{1}{2\alpha} -\right.$$

$$\left. - \frac{\alpha}{2(\alpha^2 - \omega'^2)}\right) = \frac{RI^2}{4\alpha} \frac{1}{\left(\frac{\alpha^2}{\omega^2} + 1\right)}$$

Como nos circuitos de oscilação continua o amortecimento é, praticamente, nulo, a fracção

$$\frac{1}{\left(\frac{\alpha^2}{\omega'^2} + 1\right)}$$

pode ser desprezada e, portanto, teremos que

$$y = \frac{RI^2}{4\alpha}$$

Como, porém,

$$\alpha = \frac{\omega'}{2\pi} \gamma$$

resulta que

$$y = \frac{RI^2}{4\alpha} = \frac{RI^2}{\frac{4\omega'\gamma}{2\pi}} = \frac{\pi RI^2}{2\omega'\gamma} \qquad (39)$$

A fórmula (39), que acabámos de deduzir depois de extensos e complicados cálculos transcendentes, vai-nos fornecer a chave de uma nova teoria cujos resultados práticos, embora largamente conhecidos, não se tinha bem o conhecimento de quais seriam os seus verdadeiros fundamentos.

Sabia-se que eram órgãos em que a energia eléctrica actuava e de cujos elementos, em separado, se faziam cálculos e se concebiam hipóteses para a sua determinação, mas, quando, actuavam, verificava-se que havia uma certa nebulisidade, pelo que ao conjunto do Silício com as substâncias, que lhe foram introduzidas nas condições mencionadas, se deu a designação indefinida de TRANSISTOR.

É, pois, a teoria que se vai seguir, que nos vai revelar as funções reais do Transistor e de todos os elementos que a ele estão associados nos aparelhos de Rádio e Televisão.

Comecemos, então, por pôr as relações que se seguem.

Se fizermos na equação (38)

$$\gamma = 0$$

terá, necessariamente, de ser

$$R = 0$$

Este facto dá-se, precisamente, no nó da Antena, onde o circuito está ligado, e, onde a tensão *E* é nula

e *I* máximo, visto *E* estar defasada de noventa graus em relação à corrente *I*.

Portanto, é neste ponto que a energia reactiva *Y*, ou, mais, propriamente, *a energia de reacção atómica em jogo no respectivo Circuito oscilante*, passou a ser representada pela expressão

$$W_a = \frac{\pi}{2\,\omega'} I^2_{ef.} \qquad (40)$$

e que é deduzida da equação (39).

Ora, pela Fórmula de Thompson temos para R = 0, virá

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

de onde

$$\frac{1}{\omega'} = \sqrt{LC}$$

Substituindo a fracção $1/\omega'$ na equação (40) esta transformar-se-á na seguinte expressão

$$W_a = \frac{\pi}{2} I^2_{ef.} \sqrt{LC} \qquad (41)$$

Como

$$I^2_{ef} = \frac{I^2_{max}}{2}$$

e, introduzindo esta valor na equação (41), teremos que

$$W_a = \frac{\pi}{2} I^2_{ef} \sqrt{LC} = \frac{\pi}{4} I^2_{max} \sqrt{LC} \qquad (42)$$

Desta fórmula tiramos o valor inicial da força electromotriz que existe nos contactos de ligação do circuito em que está montado o respectivo Transistor, que é representado pela seguinte expressão

$$E_a = \frac{\pi}{4} \sqrt{LC \,.\, I_{max}} \qquad (43)$$

Estas duas fórmulas, pela sua expressão, apresentam uma certa analogia com as fórmulas da força electromotriz e da potência, normalmente empregadas na Electrotecnia.

É das duas fórmulas que vamos deduzir a *Nova Lei* que rege a propagação da energia electro-atómica, expressão esta que adoptaremos de preferência à que em Electricidade corrente se generalizou por *Electrónica*, não sendo aqui o lugar próprio para justificar as razões que nos levaram a adoptá-la.

Prossigamos, pois, a nossa exposição.

Observemos o esquema da Fig. 2, e, ao mesmo tempo, as fórmulas (42) e (43) a que chegámos.

Uma destas expressões mostra-nos desde já, que nos contactos de ligação do Transistor se cria uma tensão electro-atómica E_a que actua sobre uma auto-indução e sobre uma Capacitância *C* do circuito.

Isto demonstra, perfeitamente, que o transistor não tem, apenas, a função única de ser um elemento de transição, mas, uma função muito mais elevada, a de actuar como uma espécie de Conversor ou Reactor de energia electro-atómica, que recebe e retransmite sob novas características, tal como sucede com os vulgares transformadores de energia eléctrica, dando origem a novas frequências, cujos valores dependem, principalmente, da variação dos elementos capacitivos em relação ao outro elemento de auto-indução, quási sempre de posição fixa e cuja associação de circuitos formam os aparelhos de Rádio e Televisão.

Adiante veremos como este facto se confirma.

Aos contactos do Transistor forma-se, como demonstrámos, uma tensão electro-atómica segundo a fórmula (43).

Vamos, pois, desenvolver esta fórmula e verificar quais são as suas consequências.

Sabemos que os valores da Capacidade *C* e da Auto-indução *L* são obtidos mediante a aplicação da conhecida fórmula

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{T}$$

de onde se tira que

$$\sqrt{LC} = \frac{T}{2\pi}$$

pelo que

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \qquad (44)$$

Esta expressão indica-nos que a corrente, que, circula nos circuitos do Transistor, é oscilante e de sentido positivo, como, aliás, já o haviamos concluído, segundo a Fig. 3.

É ela que nos vai permitir a dedução dos valores da Auto-indução *L* e da Capacitância *C* do circuito oscilante com que iniciámos o nosso desenvolvimento matemático do circuito, onde se encontra instalado o nosso Transistor.

Vamos, pois, desenvolver as nossas equações (42)

Sabemos que

$$T = \frac{1}{f}$$

sendo *f* a frequência das oscilações electro-atómicas que sabemos ser representada pela seguinte fórmula:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Sabemos mais que o comprimento de onda das oscilações electro-atómicas é representado pela expressão

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

de onde

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Será, pois,

$$\frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

de onde se deduz que

$$\lambda = 2\pi v\sqrt{LC}$$

em que *v* é a velocidade da propagação ou deslocação das oscilações da energia electro-atómica, que, usualmente, se tem designado por *energia eléctrica*, e, cujo valor é dado pela bem conhecida expressão

$$v = 3 \times 10^{10}$$

segundos/centímetros

pelo que resulta ser

$$2 \times 3 \times 3{,}14 \times 10^{10}\sqrt{LC} = 18{,}84 \times 10^{10}\sqrt{LC} \text{ CGS.} \qquad (45)$$

fórmula, também, muito divulgada pela Electrotecnia.

Da expressão (45) deduzimos que

$$\sqrt{LC} = \frac{\lambda}{18{,}84 \times 10^{10}} = \frac{\lambda}{\pi \times 2.3.10^{10}}$$

expressa em unidade absolutas CGS.

Introduzamos este valor na equação da força electro-motriz (42), e ajustemos a equação de energia electro-atómica (43), pelo que obteremos as seguintes equações representativas da tensão aos bornes do Transistor e o valor da energia, que circula no respectivo circuito Transistorisado.

$$E = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2\pi . 3 . 10^{10}} \lambda I_{max} = \frac{1}{8v} \lambda I_{max} = \frac{1}{8} \cdot \frac{I_{max}}{f} \qquad (46)$$

e

$$W = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2\pi . 3 . 10^{10}} \lambda I^2_{max} = \frac{1}{8v} \lambda I^2_{max} = \frac{1}{8} \cdot \frac{I^2_{max}}{f} \qquad (47)$$

Vamos fazer a verificação da primeira destas equações (46), que é a que vai servir de fundamento a toda a teoria que vamos desenvolver.

Para isso, recorramos a uma das bem conhecidas Leis de Coulomb relativas às acções exercidas entre duas massas eléctricas iguais que se encontram separadas por uma distância *r*.

Como é do conhecimento geral, esta acção é definida pela sua primeira Lei, representada pela expressão

$$F = K \frac{Q^2}{r^2} \qquad (48)$$

em que F representa a acção eléctrica da massa *Q* que se desloca em direcção à outra massa de igual valor *Q*.

Esta relação é afectada por uma constante *K*, cujo valor será definido pelas condições em que as mesmas massas vierem a ser definidas.

A quantidade de massa *Q*, que se desloca na direcção da outra massa *Q* no tempo *t*, será expressa pela seguinte relação

$$Q = It \qquad (49)$$

em que *I* representa a intensidade da corrente eléctrica, que é originada pela deslocação de uma das massas *Q* no tempo *t* para atingir a outra massa de igual valor.

Elevando ao quadrado ambos os membros da equação (49) teremos que

$$F = K \frac{Q^2}{r^2} = K \frac{I^2 t^2}{r^2} = K \frac{I^2}{\frac{r^2}{t^2}} = K \frac{I^2}{v^2} = K \frac{I^2}{\lambda^2 f^2} \qquad (50)$$

porque, sendo *r* uma extensão, a relação entre *r* e *t* representa a velocidade de deslocamento da massa *Q* para atingir a outra massa de igual valor colocada à distância *r*.

Escusado será dizer que todas as fórmulas indicadas e as que se vão seguir, serão expressas em unidades absolutas.

Na fórmula (46) poderemos considerar o termo *E* como representando a força electro-motriz nos contactos do Transistor, ou talvez, com mais propriedade, a força electro-atómica que origina a circulação da corrente eléctrica no respectivo espaço entre as duas esferas.

Vamos, portanto, partir do princípio que

$$E_a = F \qquad (51)$$

Deste relacionamento resulta que, sendo

$$E = \frac{1}{8} \cdot \frac{I}{f} \qquad (52)$$

e

$$F = K \frac{I^2}{v^2} = K \frac{I^2}{\lambda^2 f^2} \qquad (53)$$

se obtém a seguinte equação

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{I}{f} = K \frac{I^2}{\lambda^2 f^2} \qquad (54)$$

de onde se deduz que

$$K = \frac{\lambda^2}{8} \cdot \frac{f}{I} \qquad (55)$$

Fica, assim, definido o valor do coeficiente *K* em regimen de *corrente eléctrica reactiva*, ou, de reacção electro-atómica, expressão esta que julgamos mais consentânea com as conclusões a que pretendemos chegar.

Introduzindo o valor do coeficiente *K* na equação (50), verifica-se que

$$F = K \frac{I^2}{\lambda^2 f^2} = \frac{\lambda^2 f}{8 I} \cdot \frac{I^2}{\lambda^2 f^2} =$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{I}{f} = E \qquad (56)$$

do que resulta demonstrar-se que a fórmula (50) representa, realmente, a primeira Lei de Coulomb referente às acções das massas eléctricas actuando entre si, Lei indefinida até à presente data.

Veremos adiante a importância que resulta desta descoberta, a qual permitiu resolver os três enigmas, representados pela Lei de Maxwell, das acções magnéticas e da Lei de Laplace.

Comecemos pela definição da segunda Lei de Coulomb, referente às acções de uma massa magnética *m* sobre outra massa magnética de igual valor e representada, também, pelo mesmo símbolo *m*, e que se encontram colocadas às distâncias *r*, uma da outra, e que ambas são influenciadas pelo factor desconhecido K' a determinar segundo as condições que vierem a ser postas.

A segunda Lei de Coulomb é, pois, representada pela expressão

$$F' = K' \frac{m^2}{r^2} \qquad (57)$$

A terceira Lei é a do Físico Laplace, e que ficou conhecida pelo seu nome, e, é, como se sabe, expressa da seguinte forma,

$$F'' = K'' \frac{m I s}{r^2} \qquad (58)$$

representando *m* a massa magnética que, colocada à distância *r*, actua sobre uma corrente eléctrica *I* que percorre um circuito de comprimento *s*.

A quarta fórmula é representada pela Lei de Maxwell, que é definida pela seguinte expressão

$$v = \frac{\sqrt{K K'}}{K''^2} \qquad (59)$$

Dos três factores K, K' e K'', falta, apenas, conhecer o valor dos dois restantes, que são K' e K'', visto o primeiro já estar definido.

Vamos, pois, equacionar o conjunto das quatro equações apresentadas e deduzir delas as novas equações que passarão a exprimir, ou, melhor, a definir um novo regimen de propagação da energia electro-atómica de absoluta novidade, diferente de aquela que até o presente tem servido de base ao *conceito de energia eléctrica Activa.*

Pela equação (55) ficou definido o valor do coeficiente *K*, em função de regimen de *corrente eléctrica reactiva*, ou, de *reacção electro-atómica.*

Para desenvolvimento das nossas considerações, vamos nos desembaraçar do radical da fórmula (59) e dispôr esta fórmula, em que *v* representa a velocidade das oscilações electro-atómicas estacionárias, sob a seguinte forma

$$v^2 = \frac{K K'}{K''^2} = \frac{K}{K''} \cdot \frac{K'}{K''} = \lambda^2 f^2 \qquad (60)$$

O valor de *K* foi já determinado e expresso pela fórmula (55), o que nos permitiu representar, independentemente, o valor da acção *F*, o qual, uma vez conhecido, nos vai permitir determinar o valor dos dois coeficientes *K'* e *K''*.

Vamos, portanto, racionalizar as respectivas fórmulas a que estas duas últimas constantes pertencem, e verificar quais as conclusões a que poderemos chegar.

Para conseguir tal objectivo, vamos partir da equação (58), supondo que um condutor, dobrado em forma de circunferência de raio *r*, Fig. 4, é percorrido por uma corrente eléctrica de intensidade *I*, e que no seu espaço interno, que é definido pela sua circunferência ed raio *r*, se encontra colocada uma massa magnética, que ocupa toda a área do círculo, e que é definida pelo valor *m*, e, que em frente das faces, anterior e posterior, desta mesma massa *m*, se encontram de cada lado, segundo o mesmo eixo, outras massas magnéticas do mesmo valor *m*, colocadas a uma distância igual ao raio dos círculos.

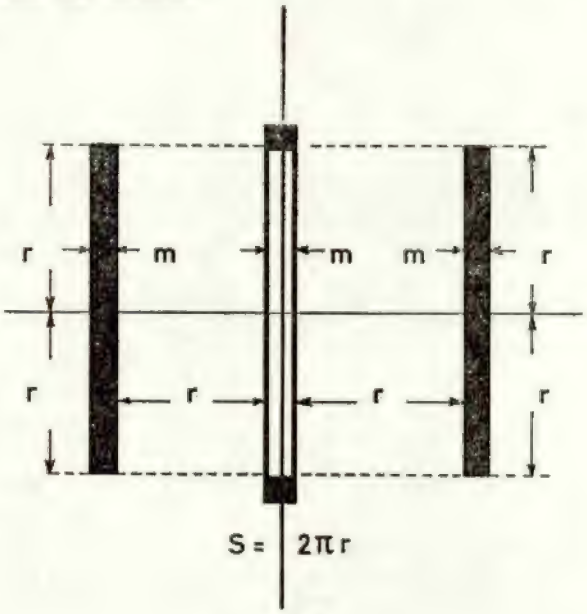


FIG. 4

Teremos assim, que a acção do conjunto das três massas magnéticas sobre a corrente *I*, será representada pela seguinte expressão,

$$F'' = 2\,F' \tag{61}$$

pelo que teremos

$$K''\ \frac{m\,I\,s}{r^2} = 2\,K'\ \frac{m^2}{r^2} \tag{62}$$

Como o comprimento *s* do condutor é igual a $2\,\pi\,r$, teremos que

$$K''\ \frac{2\,\pi\,I\,m}{r} = 2\,K'\ \frac{m^2}{r^2} \tag{63}$$

Fazendo as simplificações e isolando a relação dos respectivos coeficientes, teremos que

$$\frac{K'}{K''} = \frac{\pi\,r\,I}{m} \tag{64}$$

Introduzindo na expressão (60) a relação destas duas constantes, obteremos uma nova relação que nos vai permitir desde já definir o valor do coeficiente *K''*, pelo que

$$\frac{K'}{K''} = \frac{\pi\,r\,I}{m} = \lambda^2\,f^2\ \frac{K''}{K} \tag{65}$$

Com esta nova equação obtemos o valor da relação dos coeficientes K e K'', o que nos vai permitir determinar o valor do coeficiente K'', pelo que

$$K'' = \frac{K}{\lambda^2\,f^2} \cdot \frac{\pi\,r\,I}{m} \tag{66}$$

Substituindo o coeficiente *K* pelo seu valor expresso na equação (55), temos que

$$K'' = \frac{r\,I}{m\,\lambda^2\,f^2} \cdot \frac{\lambda^2\,f}{8\,I} = \frac{\pi\,r}{8\,m^2\,f} \tag{67}$$

Determinado o valor do coeficiente *K''*, facilmente, se deduz o valor de *K'*, pelo que

$$K' = \lambda^2\,f^2\ \frac{K''^2}{K} = \lambda^2\,f^2\ \frac{\dfrac{\pi^2\,r^2}{64\,m^2\,f^2}}{\dfrac{\lambda^2\,f}{8\,I}} =$$

$$= \frac{\lambda^2\,f^2}{\lambda^2\,f}\ \frac{8\,I\,\pi^2\,r^2}{64\,m^2\,f^2} = \frac{\pi^2\,r^2}{8\,m^2}\ \frac{I}{f} \tag{68}$$

Então, finalmente, definidos os valores dos três coeficientes das equações fundamentais, que afectam as expressões de *F*, *F'* e *F''* as quais apresentamos a seguir em conjunto para confronto

$$K = \frac{\lambda^2\,f}{8\,I}\ ;\quad K' = \frac{\pi^2\,r^2}{8\,m^2}\ \frac{I}{f}\ ;\quad K'' = \frac{\pi\,r}{8\,m}\ \frac{1}{f} \tag{69}$$

A introdução destes três coeficientes, isto é, dos seus valores *K*, *K'* e *K''* na equação de Maxwell (58), demonstrará que a dedução, que fizemos, está certa, pois que, após se tere mfeito as respectivas simplificações, se obterá, exactamente, u mvalor igual ao primeiro membro v^2, ou $\lambda^2\,f^2$ por ser por definição

$$v = \lambda\,f,\quad \text{e portanto,}\quad v^2 = \lambda^2\,f^2 \tag{70}$$

Resolveu-se, por esta forma, o enigma que há mais de um século pairava sobre a equação de Maxwell e sobre as três equações agora resolvidas e cujo sentido acaba de ser revelado.

Não houve, felizmente, hipóteses na sua solução como aconteceu por largo tempo, quando se pretendeu resolver o enigma de Maxwell, facto que é sobejamente, conhecido nos Tratados de Electrotecnia, em que se atribuiam vários valores às constantes *K*, *K'* e *K''*, tendo em atenção os respectivos Campos Electrostáctico, Electrodinâmico e Electromagnético, deixando essas hipóteses largas dúvidas quanto à realidade das soluções obtidas, então.

Vamos continuar as nossas deduções, e, para isso vamos introduzir nas fórmulas (50), (57) e (58) os valores, que se obtiveram para os três coeficientes e tirar as subsequentes conclusões.

Temos, assim, o seguinte quadro com as fórmulas que definem os seus valores, isto é, *F*, *F'* e *F''* e o que elas representam no campo da Teoria Electro-atómica, como adiante se verá.

$$F = K\ \frac{I^2}{\lambda^2\,f^2} = \frac{\lambda^2\,f}{8\,I}\ \frac{I^2}{\lambda^2\,f^2} = \left[\frac{1}{8}\ \frac{I}{f}\right] = E \tag{71}$$

$$F' = K'\ \frac{m^2}{r^2} = \frac{\pi^2\,r^2}{8\,m^2}\ \frac{I}{f}\ \frac{m^2}{r^2} = \frac{\pi^2}{8}\ \frac{I}{f} = \pi^2\left[\frac{1}{8}\ \frac{I}{f}\right] = E' \tag{72}$$

$$F'' = K''\ \frac{2\,\pi\,m\,I}{r} = \frac{\pi\,r}{8\,m}\ \frac{1}{f}\ \frac{2\,\pi\,m\,I}{r} = \frac{2\,\pi^2}{8}\ \frac{I}{f} = 2\,\pi^2\left[\frac{1}{8}\ \frac{I}{f}\right] = E'' \tag{73}$$

Este conjunto de fórmulas, em confronto com as fórmulas (50), (57) e (58), exprimem toda a teoria da Electricidade, porque elas representam as componentes dos valores magnéticos e eléctricos, das quais as três últimas têem sido objecto de investigação sem resultados concludentes.

Como acabamos de ver, a fórmula (71), que foi obtida por dedução a partir da equação (46), representa a realização prática da primeira Lei de Coulomb, cujo Físico, ao exprimi-la, teve a visão das acções das massas electro-atómicas.

Foi, pois, a partir da dedução da reacção atómica, que se cria no respectivo circuito oscilante, que chegámos à fórmula (46), que demonstrou que ela representava a solução da primeira Lei de Coulomb para as acções entre duas massas eléctricas actuando a uma determinada distância.

É na fórmula (71), que constitue de facto a nova base do sistema electro-atómico, que se apoia o funcionamento do Transistor, como ficou demonstrado, o qual, instalado em circuitos fechados com elementos de Auto-indução e Capacitância, dão origem ao estado estacionário electro-atómico no circuito de que fazem parte todos estes elementos, ficando em condições de entrar em reacção electro-atómica com à recepção das oscilações do mesmo teor recebidas do exterior.

Este estado estacionário electro-atómico do Transistor, pode ser definido pela bem conhecida fórmula

$$M = m\,v^2 \qquad (74)$$

em que *m* é a massa atómica do Transistor e *v* a velocidade da frequência das oscilações atómicas a que a mesma massa está sujeita e que é representada pela seguinte fórmula

$$v = \sqrt{\frac{\delta}{e}} \qquad (75)$$

em que δ é densidade da matéria de que o Transistor é composto e *e*, o seu coeficiente de elasticidade, valores, que, introduzidos na expressão (74), darão origem aos seguintes valores

$$M = m\,\frac{\delta}{e} = \frac{V\,\delta}{g}\cdot\frac{\delta}{e} = \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e} = E \qquad (76)$$

No valor de *M*, o factor *m* pode ser expresso pelas seguintes relações

$$m = \frac{P}{g} = \frac{V\,\delta}{g} \qquad (77)$$

em que *P* é o peso da massa *m* e V o seu volume, δ a densidade e *g* a gravidade atómica.

O exame da fórmula (76) permite-nos concluir que ela representa, de facto, a força electro-motriz aos bornes do Transistor, sendo, portanto, esta definida pela seguinte relação

$$E = \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e} = \frac{I}{8\,f} \qquad (78)$$

pelo que o valor da corrente *I*, que circula em todo o circuito, em que o Transistor está instalado, é representado pela fórmula seguinte,

$$I = 8\,f\,\frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e} \qquad (79)$$

O primeiro membro da equação (78) representa, na realidade, a verdadeira força electro-motriz atómica que dá origem à corrente *I* que circula em todo o circuito, tendo por resistência o inverso da frequência das respectivas oscilações electro-atómicas, multiplicada pelo factor constante nela indicada.

A fórmula (78) tem o mérito de mostrar com evidência de como se estabelece no respectivo circuito o correspondente estado estacionário eletcro-atómico.

Tanto a fórmula (76) como a (78) podem ser expressas em função do peso atómico do Transistor, fonte essencial da produção da força electro-motriz no estado estacionário, em substituição do seu coeficiente de elasticidade e, que, em matéria, de cristalização, é representado pela seguinte fórmula

$$e = \frac{P}{V\,(\lambda\,f)^2} \qquad (80)$$

o qual, introduzido na expressão (78) dará origem a uma nova expressão do valor da força electro-motriz, ou seja

$$E = \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e} = \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{\dfrac{P}{V\,(\lambda\,f)^2}} =$$

$$= \frac{V^2}{P}\,\frac{(\lambda\,f)^2}{g} = \frac{V^2}{P}\,\frac{\delta^2}{g}\,(\lambda\,f)^2 \qquad (81)$$

As fórmulas (76) e (78) são as que permitem exprimir o valor da força electro-motriz que se gera na massa do Transistor em função da constituição interna e dos elementos que constituem o circuito onde se acham instalados.

Feitas todas estas deduções vamos aplicá-las ao conjunto das equações que foram definidas pelas Leis de Coulomb, Laplace e a relação de Maxwell, pois, foi partindo da força electro-motriz aos bornes do Transistor, que chegámos ao conjunto de fórmulas (71), (72) e (73).

Vamos, pois, introduzir nestas equações os mesmos valores que aplicámos às fórmulas do Transistor.

A primeira operação é feita para o caso em que entra o valor do coeficiente de elasticidade e, pelo que se obtém o seguinte conjunto de equações,

$$E = \frac{1}{8}\,\frac{I}{f} = \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e} \;;\quad I = 8 + \frac{V}{g}\,\frac{\delta^2}{e}\,f \qquad (82)$$

$$E' = \frac{\pi^2}{8}\,\frac{I'}{f'} = \frac{V'}{g}\,\frac{\delta'^2}{e} \;;$$

$$I' = \frac{8}{\pi^2}\,\frac{V'}{g}\,\frac{\delta'^2}{e}\,f' \qquad (83)$$

$$E'' = \frac{\pi^2}{4} \frac{I''}{f''} = \frac{V''}{g} \frac{\delta''^2}{e} \; ; \quad I'' =$$

$$= \frac{4}{\pi^2} \frac{V''}{g} \frac{\delta''^2}{e} f'' \qquad (84)$$

Vejamos, agora, o caso em que o coeficiente *e* de elasticidade, vai ser substituído pela relação entre o volume da massa e o seu peso atómico *P* e teremos outro conjunto de equações,

$$E = \frac{1}{8} \cdot \frac{I}{f} = \frac{V^2}{P} \cdot \frac{\delta^2}{g} (\lambda_1 f_1)^2 \; ;$$

$$I = 8 \frac{V^2}{P} \cdot \frac{\delta^2}{g} (\lambda_1 f_1)^2 f \qquad (85)$$

$$E' = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{I'}{f'} = \frac{V'^2}{P'} \cdot \frac{\delta'^2}{g} (\lambda_2 f_2)^2 \; ;$$

$$I' = \frac{8}{\pi^2} \frac{V'^2}{P'} \frac{\delta'^2}{g} (\lambda_2 f_2)^2 f' \qquad (86)$$

$$E'' = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{I''}{f''} = \frac{V''^2}{P''} \cdot \frac{\delta''^2}{g} (\lambda_3 f_3)^2 \; ;$$

$$I'' = \frac{4}{\pi^2} \frac{V''^2}{P''} \frac{\delta''^2}{g} (\lambda_3 f_3)^2 f'' \qquad (87)$$

Chegados a este ponto e para concluir a nossa exposição matemática do Transistor, falta-nos determinar as condições em que funcionam as Válvulas de Rádio, teoria que se aplica também às de Televisão.

É, sobejamente, conehcido que, para pôr estas Válvulas em estado electro estacionário é condição basilar ter de se recorrer a uma fonte de energia eléctrica exterior.

Foi, precisamente, a pilha eléctrica que forneceu a energia eléctrica necessária para o aquecimento dos filamentos das válvulas.

Outros se sucederam, mas, para o nosso desenvolvimento não são necessários descrevê-los.

É, pois, do fluxo luminoso irradiado dos filamentos das válvulas que se obtém a criação do campo electro-atómico estacionário, cujo valor é deduzido da conhecida fórmula representada pela seguinte expressão,

$$\Phi = 4 \pi j \qquad (88)$$

Ora, é exactamente, da acção do campo luminoso *j*, que irradia do filamento das Válvulas, que se consegue criar nelas o campo electro-atómico estacionário, semelhante àquele que se obtém no Transistor pela alta compressão dos seus elementos atómicos.

Nas Válvulas de Rádio é presença do fluxo luminoso que gera a luminosidade *j*, que, actuando sobre a superfície da placa e da grelha, se gera, exactamente, o meio condutor necessário à criação da força electromotriz atómica aos bornes de ligação exterior do aparelho.

Como é sabido, a Placa e a Grelha s estão distanciados de uma certa quantidade que designaremos pela letra, sendo a superfície dos dois elementos representados pela letra S.

É, portanto, da ignição do filamento da válvula que resulta, pois, o referido fluxo luminoso que cria o meio condutor da corrente eléctrica *I* que transita da Placa para a Grelha.

Com a produção deste fluxo luminoso gera-se uma força electro-motriz *E*, que, segundo a teoria dos Condensadores de placas paralelas, é representado, no caso especial de que estamos tratando, pela expressão

$$\Phi = 4 \pi j = \frac{S E^2}{8 \pi \varepsilon^2} \qquad (89)$$

Desta igualdade tira-se que o quadrado da tensão E, será igual a,

$$E^2 = 32 \pi^2 j \frac{\varepsilon^2}{S} \qquad (90)$$

conforme já foi determinado, é representada pela fórmula,

$$E = \frac{I}{8 f} \qquad (91)$$

Elevando esta expressão ao quadrado, vem

$$E^2 = \frac{I^2}{64 f^2} \qquad (92)$$

Igualando os segundos termos da equação (88) com os da (89) teremos a seguinte expressão

$$\frac{I^2}{64 f^2} = 32 \pi^2 J \frac{\varepsilon^2}{S} \qquad (93)$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e, isolando o valor da corrente eléctrica *I*, teremos a seguinte fórmula que a define,

$$I = 2^5 \pi \varepsilon f \sqrt{\frac{2 j}{S}} \qquad (94)$$

Esta é a equação geral que representa a intensidade da corrente *I*, que percorre todo o circuito, onde estão integrados todos os elementos activos nos aparelhos de Rádio e Televisão.

Da expressão (94) deduz-se que a força electro-motriz nos contactos das válvulas será representada pela seguinte expressão,

$$\frac{I}{f} = 2^5 \pi \varepsilon \sqrt{\frac{2 J}{S}} = E \qquad (95)$$

Como vemos, esta expressão é análoga à que obtivemos para o Transistor.

Termina aqui o estudo que teve por objectivo procurar determinar qual a verdadeira função que o Tran-

sistor desempenha nos aparelhos de Rádio e Televisão, tendo aproveitado, também, o ensejo para definir o modo como funcionam as válvulas de Rádio e Televisão.

Já dissemos no início desta exposição quem foi o inventor do Transistor e as razões por que ao seu invento foi dado o nome, cujo significado é o de ser um meio de transição ou passagem das oscilações electro-atómicas, ou, mais vulgarmente, oscilações rádio-eléctricas.

Julgamos ter demonstrado, no decorrer do nosso estudo, qual a verdadeira função do Transistor, que não consiste em ser, apenas, uma ponte de passagem das oscilações electro-atómicas, mas, um elemento fundamental na criação destas oscilações.

Neste Capítulo as suas propriedades de reacção electro-atómicas dão-nos um conceito de funções mais elevadas, e, para isso, basta, apenas, pôr em confronto as suas propriedades electro-atómicas com as das Válvulas de Rádio correntes, cujo funcionamento acabámos de descrever, também, as quais para se porem em estado de acção estacionária, tem de se recorrer a uma fonte de energia eléctrica exterior, ao passo que o Transistor, pela sua constituição atómica, não necessita desse recurso.

O Transistor, pela sua constituição atómica, contém nele essa propriedade, não havendo, por esse facto, necessidade de se recorrer a fontes de energia estranha à construção dos aparelhos de que fazem parte.

É nesta altura que se põem em confronto o nosso estudo matemático do Transistor com a interpretação que o Matemático Francez Poincaré deu à variação assintótica da corrente eléctrica que actua nos circuitos de Rádio e que se acha interpretada graficamente na Fig. 3.

Como se sabe, este estudo foi feito sobre dados fornecidos pelo Físico Holandez Bjerkness, o qual, tendo observado a limitação da variação da corrente no circuito, por meio de um galvanómetro apropriado, pediu a Poincaré que estudasse o fenómeno matematicamente, e o definisse por meio de um gráfico, que reproduzimos na Fig 3.

O desenvolvimento matemático, que fizemos do funcionamento do Transistor, permite-nos confirmar não só as observações do Físico Bjerkness, como as complicadas demonstrações matemáticas de Poincaré.

É evidente, que o desenvolvimento que demos à nossa exposição matemática do funcionamento do Transistor, resultou da orientação que imprimimos a este estudo, pois, não aceitávamos a ideia de que o Transistor constituisse, apenas, um meio de transição das oscilações electro-atómicas, mas, devia ter uma missão mais transcendente, como ficou demonstrado.

Desenvolvendo o nosso cálculo matemático chegámos, finalmente, à equação (40), que teve o mérito de servir de ponte de partida para se atingir a equação (46), que por sua vez teve o condão de nos revelar o *nó gordio* da resolução da primeira Lei de Coulomb, referente às acções recíprocas das massas eléctricas, e, partindo desse ponto, resolver todo o sistema do conjunto das equações que abrange, além da primeira Lei, a segunda Lei de Coulomb e a Lei de Laplace, e, por fim, dar solução à enigmática Lei de Maxwell.

A definição das três constantes K, K' e K", que afectam as referidas equações, permite, a nosso ver, abrir um novo caminho no conjunto fundamental de toda a Teoria da Electricidade, senão de toda a matéria Universal.

São, portanto, as fórmulas (71), (72) e (73), que representam o complemento da respectiva solução encontrada com o apoio da equação de Maxwell, as três equações fundamentais, que há longo tempo aguardavam a solução procurada, tendo sido a partir da *Quantidade de Movimento*, fórmula que tem sido proclamada como limite de todos os movimentos de *massa* na sua deslocação, edifnida pelo Sábio Einstein, que chegámos às fórmulas, cuja representação damos a seguir em conjunto,

$$\frac{V}{g} \cdot \frac{\delta^2}{e} = \frac{1}{8} \frac{I}{f} = \frac{V^2}{P} \cdot \frac{\delta^2}{g} (\lambda f)^2 \qquad (96)$$

Este conjunto equacional permite-nos fazer uma comparação com a nossa conhecida *Lei de Ohm*, cujos termos têem um significado bem conhecido.

$$E = RI \qquad (97)$$

Na Teoria, que acabámos de fazer referentes às acções electro-atómicas, a Força electro-motriz, representada na equação (96), tem o seu equivalente nas duas expressões a seguir representadas,

$$\frac{V\,\delta^2}{g\,e} \quad e \quad \frac{V^2\,\delta^2}{P\,g} \qquad (98)$$

As resistências eléctricas *R* dos meios condutores têem a sua analogia com o que se pode deduzir das frequências das oscilações electro-atómicas indicadas na expressão (99)

$$\frac{I}{8\,f} \qquad (99)$$

Façamos, agora, o confronto de como os elementos, representados nas fórmulas indicadas, se comportam.

Na Lei de Ohm, (97), a corrente eléctrica é o resultado de uma relação entre a força electromotriz e a resistência eléctrica do meio onde circula a corrente eléctrica e que tem por limite a capacidade seccional do condutor.

Nas relações (96), com uma configuração semelhante à da Lei de Ohm, a força electro-motriz de qualquer das duas expressões, é a mesma do Transistor, as quais sob a variação das frequências das oscilações electro-atómicas, dão origem à corrente eléctrica que circula no respectivo circuito.

Por sua vez, a fórmula (46) mostra logo a relação íntima que existe entre a corrente eléctrica e a frequência, largamente, confirmada no decorrer do processo matemático a partir do *nó da antena*.

Estas relações foram, por sua vez, confirmadas pelas equações (78) e (94), tanto para os circuitos Transistorizados, quanto o são para os circuitos formados, exclusivamente, por Válvulas de Rádio, pelo que se conclue que as correntes electro-atómicas são de natureza *Assintótica*, tal como Poincaré procurou demonstrar por meio de ajustamentos do seu cálculo matemático, que foi feito a pedido do Físico Bjerkness.

De resto, este facto é corroborado pela fórmula (96), já que a corrente electro-atómica, originada pela reacção atómica dos elementos do Transistor, se mantêm constantes, pelo que se conclue que a corrente electro-atómica é uma função das frequências das oscilações electro-atómicas que, a cada momento, limitam o seu valor nominal.

Outro facto importante há a assinalar; é que o equilíbrio da corrente electro-atómica nos andares de frequência dos aparelhos de Rádio e Televisão é obtido mediante o fenómeno de Ressonância das oscilações electro-atómicas recebidas do exterior, facto que, como é sabido, pode ser observado por meio de aparelhos oscilantes montados em circuitos apropriados.

No caso dos aparelhos com ponteiro, no momento da Ressonância, o ponteiro fica estabilizado, o mesmo se dando com a mancha das respectivas válvulas oscilantes.

Um dos elementos muito importantes que faz parte dos andares de frequência nos aparelhos de Rádio e Televisão, é o Transformador através do qual se faz a transição das frequências de uns andares para os outros e que, como se sabe, são a Alta, Média e Baixa frequência, por meio das quais se consegue receber ou transmitir os sons musicais audíveis os a emissão ou recepção de imagens.

Há a assinalar no contexto do nosso trabalho um problema muito importante, que, embora transcendendo o estudo do nosso Transistor, merece ser assinalado.

É aquele que se refere à nulidade do potencial no interior dos condutores, onde circulam as oscilações electro-atómicas, e, que é demonstrado pelo bem conhecido Teorema de Laplace que é definido matematicamente, pela expressão,

$$\Delta V = 0$$

pelo que se conclue que as oscilações electro-atómicas têm o seu valor máximo à superfície dos condutores, e nulas no centro dos condutores.

É este o fenómeno que explica o facto de conseguir a transformação das constantes eléctricas dos transformadores industriais de núcleo de ferro, assim como nos transformadores de Rádio e Televisão, isentos de núcleo de ferro, pelo que as suas tensões electro-atómicas subirão ou descerão, conforme o número de átomos à sua superfície for maior ou menor, sendo nulas no meio dos respectivos condutores, que envolvem o respectivo núcleo de ferro ou este não exista.

É, pois, na propriedade da natureza atómica dos condutores que se funda a transformação das constantes eléctricas dos transformadores quer tenham ou não núcleos de ferro.

Com o resumo do funcionamento dos transformadores, tanto dos que se aplicam nos aparelhos de Rádio e Televisão, quanto se aplicam nas instalações eléctricas vulgares, damos por terminado o estudo da Teoria Matemática do funcionamento do Transistor, sem que, contudo, deixemos de assinalar a relação íntima que existe entre as fórmulas de Coulomb, Laplace e Maxwell que nos levaram ao estabelecimento da fórmula fundamental do funcionamento dos circuitos transistorizados, teoria que também é aplicável aos circuitos de Válvulas correntes, e, sobretudo, à solução do enigma de Maxwell, que com larga visão, relacionou as três constantes K, K' e K" das fórmulas fundamentais de toda a Electricidade, relacionadas com a propagação das vibrações electro-luminosas.

Maxwell teve a visão clara de que a determinação dos factores K, K' e K" das equações (50), (57) e (58) estava intimamente relacionada com a propagação das vibrações luminosas das quais, portanto, dependia a solução de cada uma das equações referidas.

Evidentemente, que achada a solução de uma das equações referidas, estava, por consequência, resolvida a solução de cada uma das outras duas equações, que foi, aliás, o caminho seguido por nós para realizar o pensamento de Maxwell, segundo o desenvolvimento que fizemos a partir da igualdade (51), que nos levou a determinar o valor do coeficiente *K* da primeira Lei de Coulomb, que, no fundo, constituía o *Calcanhar de Aquiles*.

Estava, pois, desvendado o *enigma* de Maxwell, que teve a supervisão de toda a Teoria da Electricidade.

Para a solução deste enigma não houve necessidade de recorrer a congeminações hipotéticas, mas, simplesmente, estabelecer os princípios do funcionamento do Transistor, expresso na equação (46), base de toda a Teoria Electro-atómica que ficou exposta.

Vamos, então, ver como foi resolvida a visão de Maxwell.

$$v^2 = \frac{K\,K'}{K''^2} = \frac{\dfrac{\lambda^2 f}{8\,l} \cdot \dfrac{\pi^2 r^2}{8\,m^2} \cdot \dfrac{l}{f}}{\dfrac{\pi^2 r^2}{64\,m^2} \cdot \dfrac{1}{f^2}} =$$

$$= \frac{64\,m^2 f\,\pi^2 r^2\,l\,\lambda^2 f^2}{8 \times 8\,m^2 f\,\pi^2\,l} = \lambda^2 f^2 = v^2 \qquad (100)$$

Como é do conhecimento, os três factores *K*, *K'* e *K"* são a origem das componentes (71), (72) e (73) os quais obedecem, exactamente, ao princípio do Vector de Poynting, pois, consubstanciam em si a realização prática de todos os problemas que a Teoria Electro-atómica pode apresentar em toda a sua extensão por mais complexos que eles se apresentem e são de tal ordem que a sua realização leva os autores a supô-los fora do campo Electro-atómico e atribuirem-lhe designações impróprias da sua verdadeira natureza.

E daqui damos por encerrado o problema do Transistor.

NOTA EXPLICATIVA:

Na exposição teórica do funcionamento do Transistor não foi empregada a expressão *Electrónica* por, a nosso ver, não corresponder à extensão que a acção atómica atinge, no decorrer do seu desenvolvimento, as expressões matemáticas e respectivas fórmulas, pois, não são só os *Ions* que actuam na identificação da Teoria atómica do Transistor, mas, também, os *Cations* que são parte integrante do conjunto da mesma matéria.

De aqui a designação de Electro-atómica, que adoptámos no decorrer da nossa exposição matemática da Teoria do Transistor, cuja designação está, perfeitamente, de acordo com o nosso pensamento e a orientação que imprimimos a todo o seu desenvolvimento teórico.

C.D.U. 533.6.07:621.375.9

The performance of acousto-optic cells for laser-Doppler anemometry

D. F. G. Durão
J. H. Whitelaw *

RESUMO

É quantificada a performance de células acusto-ópticas tendo em vista o seu uso na anemometria com raios laser.

Com o cristal vibrando à frequência de 9.2 MHz e fornecendo-lhe 0.56 W de potência, a concentração de luz nos raios de primeira ordem é de 76%. Quando operando na terceira harmónica o cristal absorve maior potência mas a perda na intensidade da luz laser, usando os raios de ordem 0 e 1 com igual intensidade, é só de 8%.

É também quantificada a influência na performance da célula, do ângulo de incidência e do uso de frequências não fundamentais ou harmónicas.

São apresentadas medições da intensidade das flutuações da velocidade e seu valor médio, feitas na zona de recirculação e alta intensidade de turbulência a juzante de um disco.

ABSTRACT

The performance of water-filled acousto-optic cells is quantified with particular reference to their use for laser-Doppler anemometry. With the cell operating at a frequency of 9.2 MHz, the intensities of the +1 and −1 order beams are shown to account for 76% of the transmitted light intensity for an electrical power input 0.56 W. The influence of the incident angle and the performance of a cell at frequencies close to but different from the fundamental frequency are quantified. Operation of the cells at a frequency of 30 MHz, i. e. close to a third harmonic, is shown to require significantly greater electrical power input but can, without introducing thermal convection effects, allow the transmission of a first and zero order beams with equal intensities and a total loss of 8% of the incident intensity. To show that an acousto-optic cell can be used as a beam splitter and frequency shifter, measurements of three components of velocity are obtained in the region of recirculation immediately downstream of the centre disc of an annular jet and are reported.

NOMENCLATURE

C	constant (eq. 7)
f	frequency
I	beam intensity
L	crystal length
M	figure of merit
n	beam order, index of refraction
P	electric or accoustic power
p	elasto-optic coefficient
$\overline{U}$	mean velocity
$\sqrt{\overline{u^2}}, \sqrt{\overline{v^2}}, \sqrt{\overline{w^2}}$	rms velocities
v	sound velocity
x	longitudinal distance
α	angle between beams
λ	wavelenght
ρ	medium density
subscript	
a	acoustic
b	Bragg
loc	local
l	laser
n	beam order

INTRODUCTION

The frequent requirement, in laser-Doppler anemometry, to resolve the directional ambiguity may be achieved by changing the frequency of a coherent light beam, relative to a second beam. This process can

* Imperial College, Londres

result in loss of light intensity, in spectral broadening and in signal-processing problems associated with high frequencies. In addition it is desirable that the device used to effect the change in frequency is reliable, cheap to construct and allows some variation in the magnitude of the frequency shift: this paper records measurements which quantify those aspects of a water--filled acousto-optic cell.

The principles of the Debye-Sears effect and Bragg reflection, which form the basis of acousto-optic cells and involve sound-light interactions, have been discussed, at lenght, in a number of papers including references [1], [2] and [3]. The pratical result, for laser-Doppler-anemometry purposes, is that a light beam may be divided into several beams with different frequencies and angles, relative to the incident beam, by passing the incident beam through a medium in which acoustic waves are travelling. The angles between the beams depend on the acoustic and light wavelengths and are given by

$$\alpha_n = \sin^{-1}\left(n \frac{\lambda_1}{2\,\lambda_a}\right) \quad n = \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \quad (1)$$

and the frequency of the beams by

$$f_n = f_1 + nf_a \quad (2)$$

The intensity of the light in each beam depends on several parameters including the dimensions of the cell, the acoustic and light frequencies, the absorbing medium, the electrical power used to drive the crystal and the angle between the plane of the acoustic wave and the incident beam. If the incident beam intersects the acoustic waves at the Bragg angle,

$$\alpha_b = \pm \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_1}{2\,\lambda_a}\right), \quad (3)$$

and more than a full acoustic wave is traversed by the light path, the light intensity will tend to be concentrated in a reflected light beam with frequency

$$f_b = f_1 \pm f_a \quad (4)$$

and with angle $\pm\,\alpha_b$ to the plane of the acoustic waves.

The acoustic waves can be generated by a crystal oscillator and propagate in a variety of transparent media. Because of its high figure of merit, M, water is often used as the medium and tests using water-filled cells have previously been reported, for example, in references [4] and [5]. In reference [4], Kleinhans and Fried reported measurements of the percentage of incident light intensity diffracted into a first order mode and observed that it was a strong function of the power delivered to the crystal and of the angular deviation from the Bragg angle. These experiments were performed with an acoustic frequency of 15 MHz and indicated that efficiencies up to 90% could be achieved. Chu and Mauldin [5] reported measurements with two orthogonal travelling acoustic waves in water and observed, for example, that transmitted and first order beams could contain up to 80% of the incident energy.

The tests described in references [4] and [5] indicate that water-filled acousto-optic cells are suitable for laser-Doppler anemometry and this is substantiated by the successful use of such devices as described, for example, in references [6] to [10]. Thus, the present paper reports measurements which quantify the performance of water-filled acousto-optic cells with effective frequency shifts of approximately 10 MHz and 30 MHz and represents an extension of the work described in references [4], [5]; it is closely related to the application of laser-Doppler anemometry. Indeed, to demonstrate the successful application of an acousto-optic cell, sample measurements of the components of velocity in a recirculating flow are presented.

EQUIPMENT

A general arrangement of the acousto-optic cells used in the present tests is show on figure 1 and the related electrical circuit on figure 2. Quartz X — cut crystals, which are frequently used in transducers designed to generate longitudinal ultrasonic vibrations, were used and the relevant dimensions are provided on figure 1. They were specified as 10 MHz crystals and, to obtain acoustic waves at 30 MHz, were driven at their third harmonic.

The dimensions of the cell were selected after experiments with cells of different dimensions and after observating that it was necessary to ensure that the elecric power supplied to the crystal resulted in an efficient frequency shift but did not introduce thermal convection effects and consequent movement of the transmitted and shifted light beams. A 0.25 inch — wide strip of the crystals was gold plated and the lenght of the gold strip influenced electrical power requirements. The preliminary tests also indicated that the depth of water required to avoid significant wave reflection was around 50 mm.

Tests were carried out with a 5 mW He-Ne laser (Spectra-Physics Model 120) and an argon laser (Spectra-Physics Model 164) operated multimode at approximately 100 mW. Light intensity was measured with a commercial meter (Scientifica & Cook Electronics) and the significance of spectral broadening as determined by generating interference fringes with two light beams of different frequency and observing the variation in their speed and amplitude with a Hewlett Packard computing counter (moder 5360A) and oscilloscope. The power input to the crystal was measured by recording the peak to peak voltage and current on the oscilloscope. A mechanical arrangement was used to provide precise angular and translational movement of the acousto-optic cells.

RESULTS

Figure 3 shows the dependence of the light intensity in the various reflected beams upon the angle

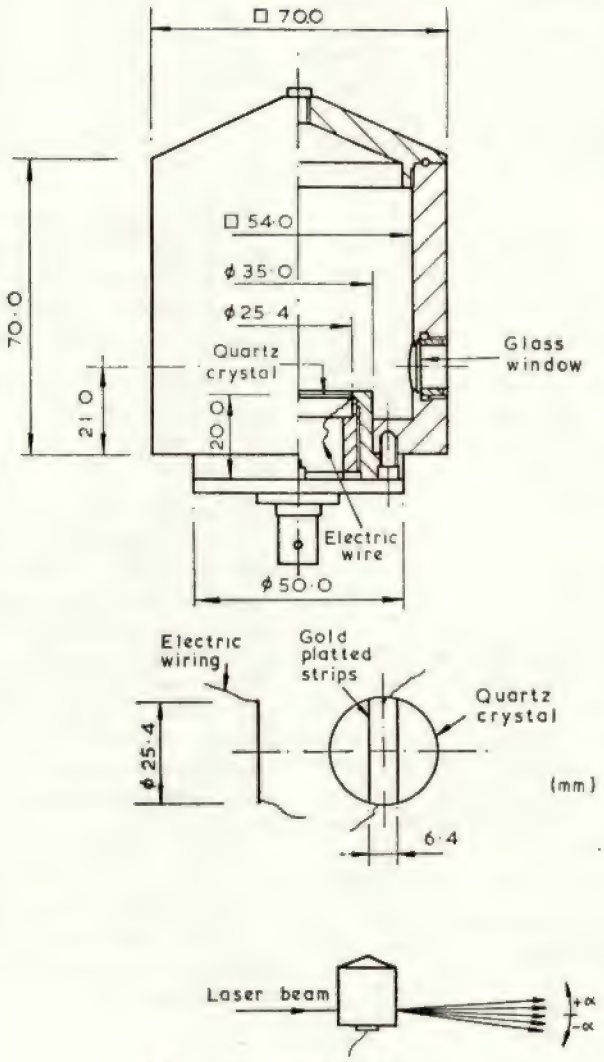
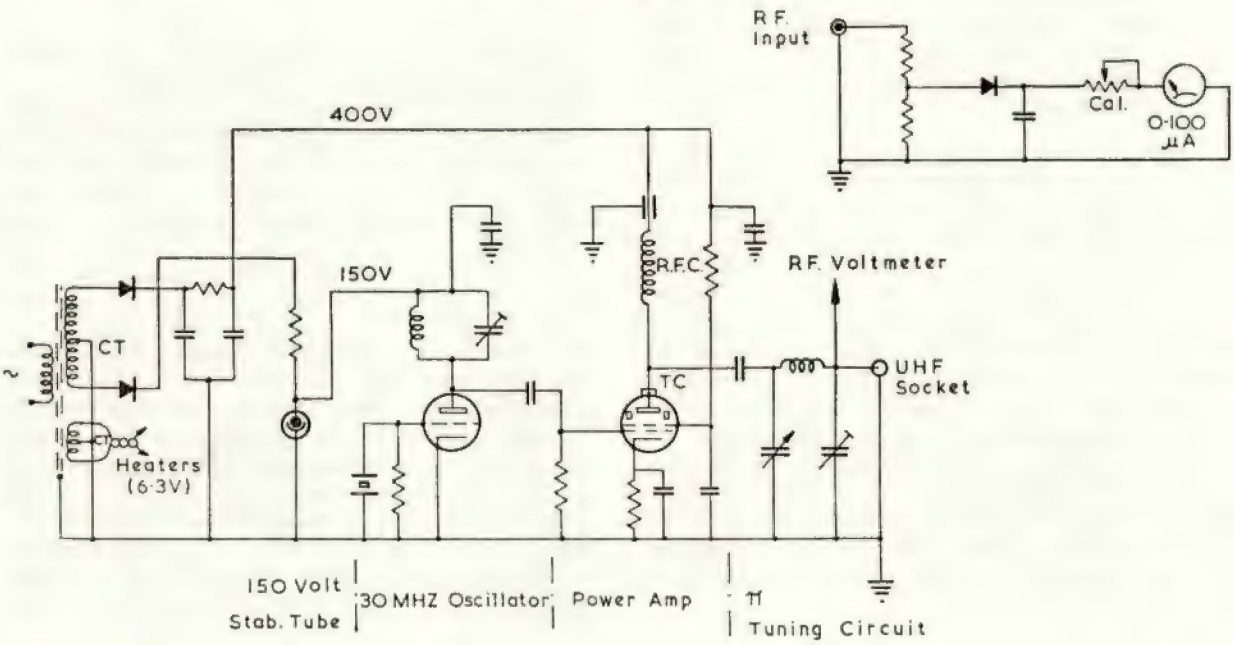


FIG. 1 — Acousto-optic cell



CIRCUIT SKETCH

Bragg Cell Power Supply (30 MHZ Crystal Controlled)

FIG. 2 — Electrical circuit

between the incident light beam and the acoustic waves. The mean electrical power input, defined as the product of the rms voltage and rms current, was 0.56 W. The crystal vibrated at a frequency of 9.22 MHz and the He-Ne laser was used. The lenght of the gold plated strip of the crystal was 1 inch, i. e. approximately 1/3 of the wavelenght of the acoustic wave. Thus it may be antecipated that a true Bragg effect cannot be obtained.

The figure shows that, with the incident beam parallel to the crystal surface (and to the acoustic waves), the +1 and −1 order beams account for 76% of the transmitted light intensity with approximately 10% in the zero order beam. At the Bragg angle, i. e., approximately 10 minutes, 41% of the light intensity is contained in the Bragg reflected beam and 14% in the zero order beam: to obtain the full benefit of the Bragg effect the length of the gold plated strip of the crystal should be represented by

$$L > \frac{2\,\lambda^2_a}{\lambda_1} \qquad (5)$$

and, in this case, would require a crystal at least 85 mm long with a correspondingly larger cell. The measurements of figure 4 correspond to those of figure 3 but were obtained with an electrical power of 0.25 W. The distribution of light intensity is similar to that of figure 3 with a reduction from 76% to 67% of the light intensity in the +1 and −1 order beams for zero incident angle. At the Bragg angle, the intensity in the zero order beam has increased from 14% to 38%.

Acoustic waves can also be generated efficiently at frequencies slightly different from the natural frequency of the crystal and the resulting distribution of intensity between orders is shown on figure 5; the electrical power input to the crystal was again 0.56 W. It is clear that the cell can be operated over a range of more than 2 MHz with a loss of not more than 25% of the power in the +1 and −1 order beams. This available range is important and indicates that a knowledge of the specified crystal frequency is insufficient; the actual frequency must be measured.

The distribution of power in the various beams and its variation with the angle of the incident beam when the crystal was operated near to its third harmonic is shown on figure 6. At this frequency, with the crystal diameter used, the light beam crossed 3.2 acoustic wave lengths and consequently, the Debye--Sears effect is less important and the Bragg effect is observed in that most of the power (88%) can be concentrated into one 1st order beam. It can be seen that this concentration of power is only possible over a narrow range of angles, i. e. the Bragg angle ±1 minute, and that the power is transferred to the zero order beam as the angle, relative to the Bragg angle, changes. There is no exact relationship between the intensity of the first-order beam, I_1, and that of the zero-order beam, I_0. The functional relationship is of the form:

$$\frac{I_1}{I_0} = f\,(L, P, M, \lambda_a, \lambda_1) \qquad (6)$$

and for example, the specific equation

$$\frac{I_1}{I_0} = \sin^2 (CL\sqrt{MP}) \qquad (7)$$

has been proposed in reference [2]. Equation 7 can only be regarded as an approximate representation of the relationship but it does indicate that I_1/I_0 depends on the path lenght, L, as well as the square root of the figure of merit and power, $\sqrt{MP}$.

The ratio of the intensity of the incident light beam to the sum of the intensities of the transmitted beams was found to be 1.06 and is similar to that observed in relation to figure 3.

The influence of the power supplied to the crystal is shown over a wide range on figure 7. It is clear that the power required to concentrate the light intensity in a first order beam is very large compared to the powers associated with figures 3, 4 and 5. A power of approximately 20 W was required to concentrate 88% of the light intensity into a first-order beam. The real values of power are likely to be less than the quoted ones, which were calculated in accordance with the definition given before, because no account has been taken of the power factor (the cosine of the phase angle between the voltage and the current). In general, the power required to achieve a particular Bragg effect depends on several variables including the medium of acoustic-wave propagation, the dimensions of the cell and the internal damping of the crystal. The figure of merit frequently used to characterise the efficiency of the medium,

$$M = \frac{n^6\,p^2}{v^3\,\rho} \qquad (8)$$

is favourable to water but, unfortunately, this potential advantage decreases with increasing frequency due to propagation damping. In contrast, glass is a good medium for acoustic wave propogation at high frequencies and if operation over a wide frequency range is reguired, but it has a lower figure of merit. The influence of the length of the crystal is given by equation 7, i. e.

$$P \propto L^{\frac{1}{2}} \qquad (9)$$

for a given intensity ratio. In the case of the measurements of figure 7, the use of the third harmonic resulted in a required power which more than offset the potential advantage offered, for the higher frequency, by equations 5 and 9. It is clear, therefore, that crystals should be operated at their fundamental frequency where possible. To obtain a fundamental frequency of 30 MHz requires, however, a crystal of thickness around 100 μm with associated fabrication difficulties. An important reason requiring a low electrical power input is that

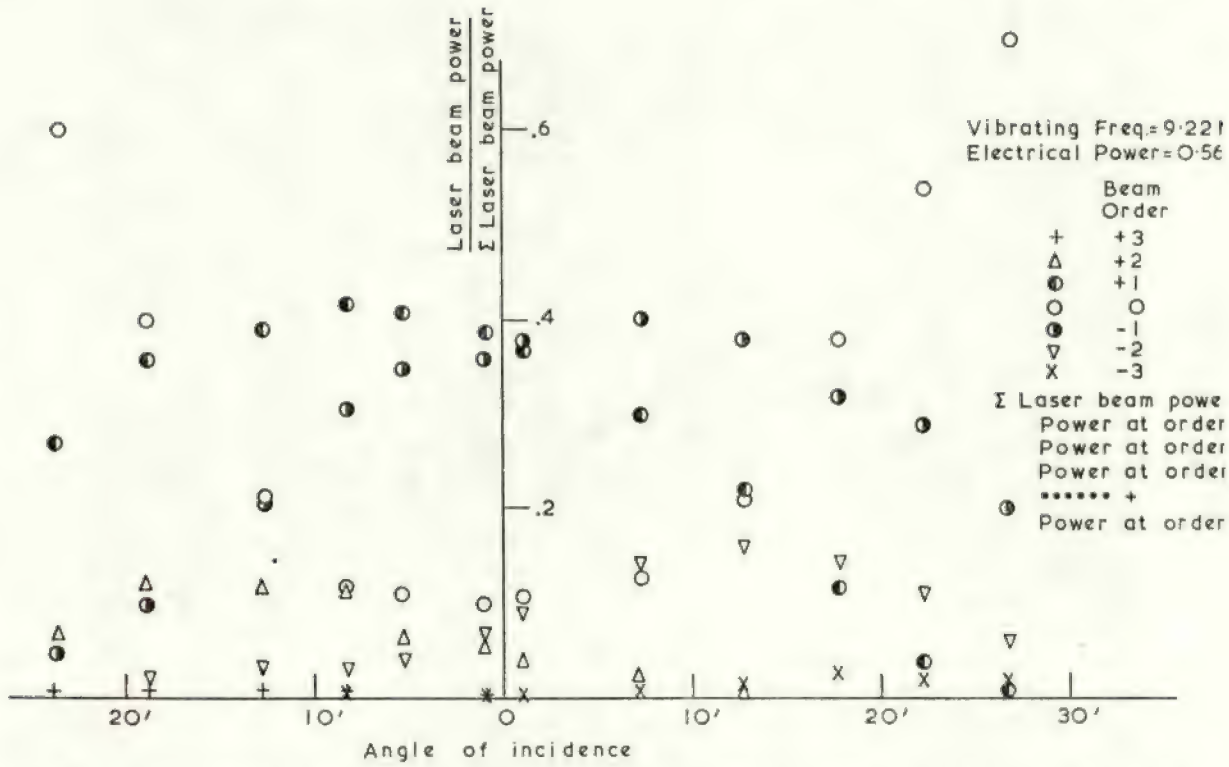


FIG. 3 — Dependance of light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic waves. Electrical power = 0.56 w; crystal frequency = 9.22 MHz.

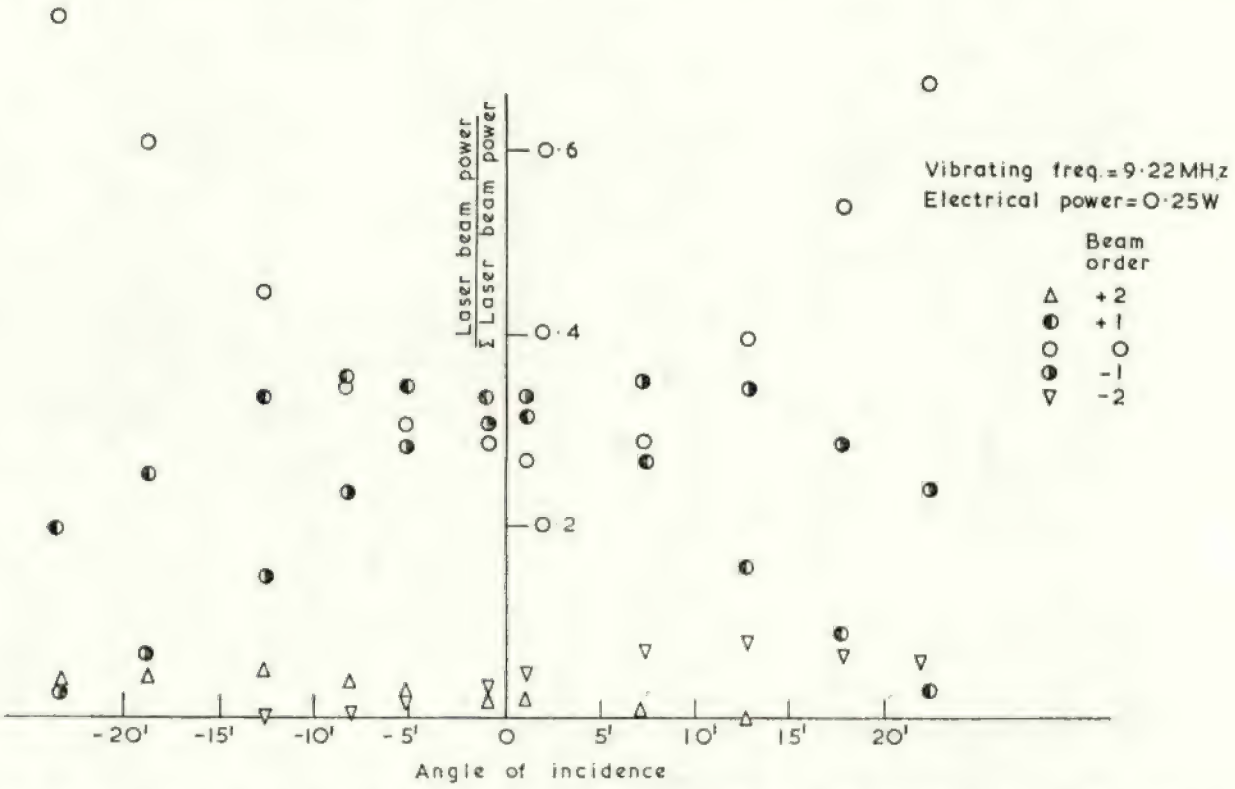


FIG. 4 — Dependence of light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic waves. Electrical power = 0.25 w; crystal frequency = 9.22 MHz.

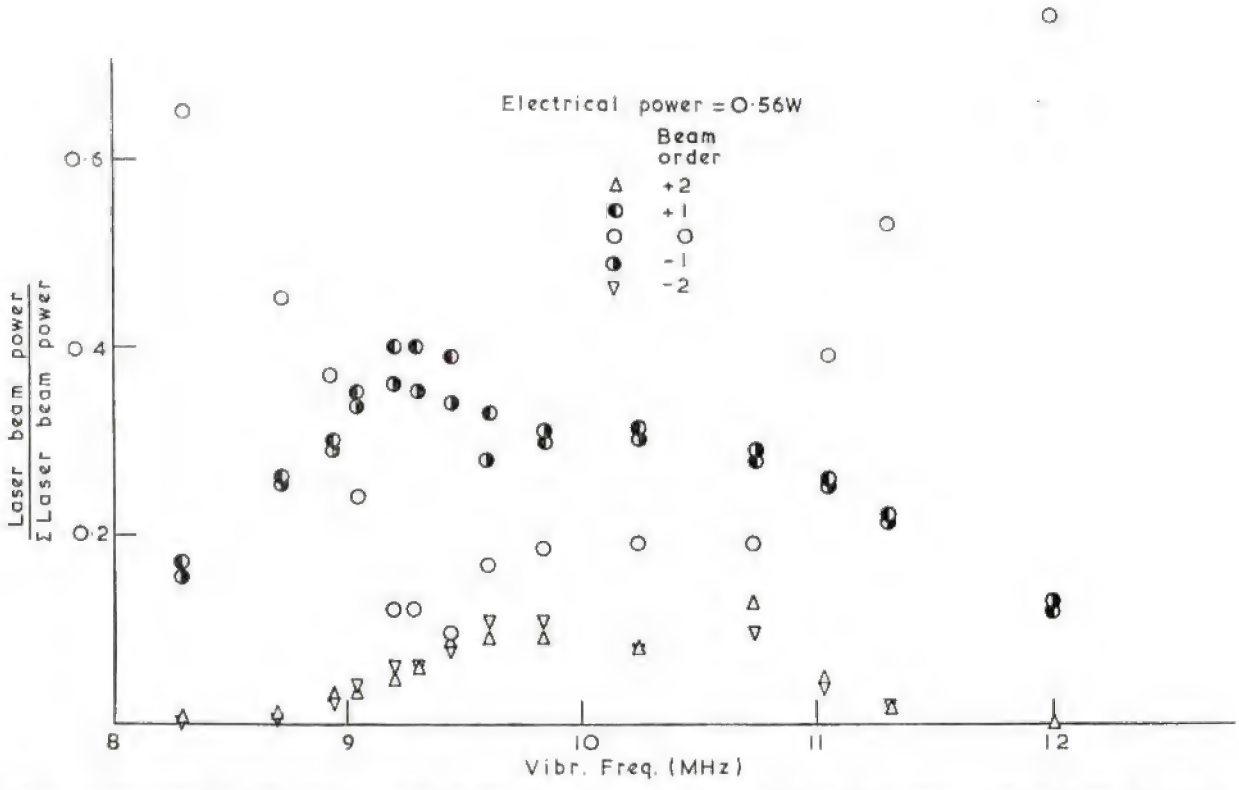


FIG. 5 — Dependence of light intensity in the reflected beams upon the vibrating crystal frequency. Electrical power = 0.56 w.

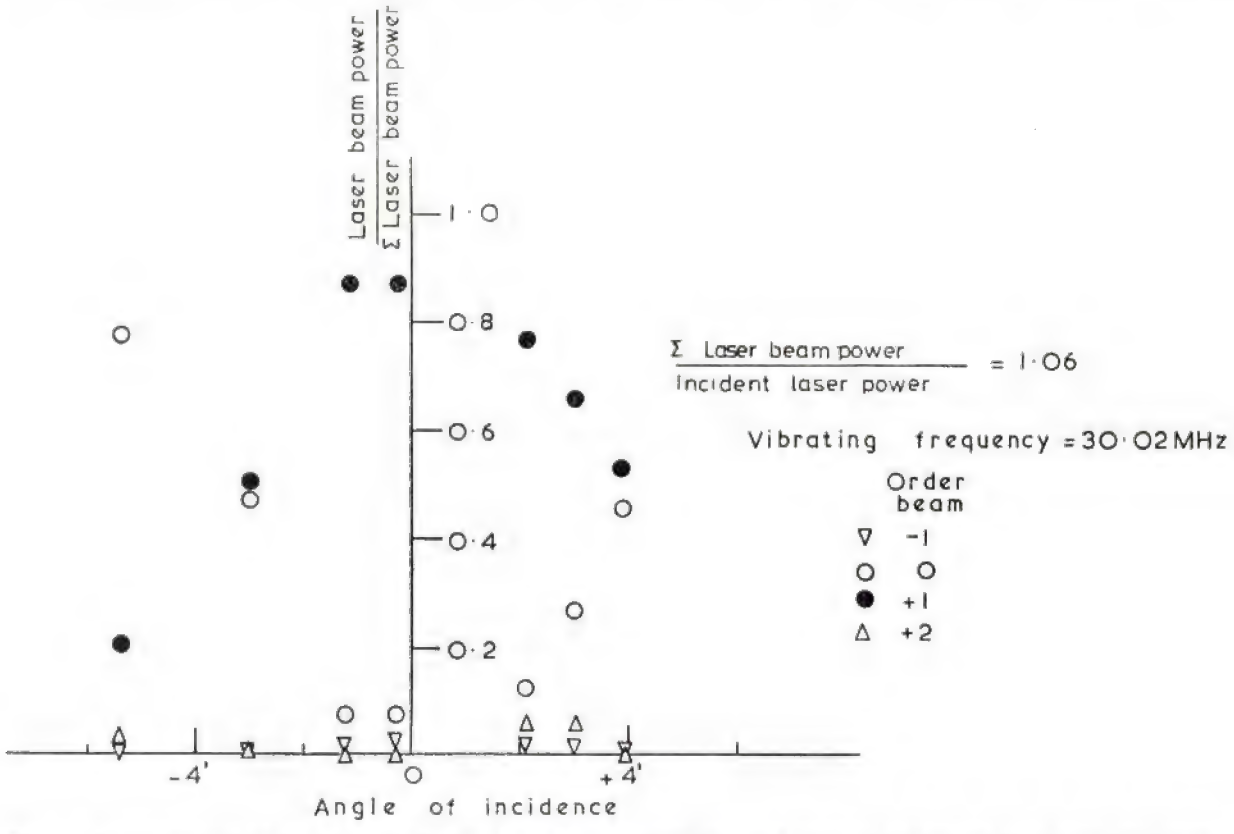


FIG. 6 — Dependence of the light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic wave. Crystal frequency = 30.02 MHz.

energy may be dissipated in the propogation medium and lead to natural convection within the cell. This, in turn can result in movement of the transmitted light beam with consequent uncertainty in the location of the measuring volume for velocity measurements. With the present cell dimensions, convection and movement of the transmitted higher beams were observed at electrical power inputs greater than approximately 10 W. For laser-Doppler anemometry purposes, it is convenient to make use of the acousto-optic cell as a beam splitter as well as a frequency shifter and the zero and first order beams can fulfill this purpose with an intensity loss of 2% of the transmitted light and a power requirement of aproximately 5 W. The use of substantially greater powers can result in signal-processing difficulties due to radiation.

The zero and first-order beams were examined to determine the spectral broadening and amplitude-variation of the light intensity with time. They were measured by focussing the two beams and intersecting them at a location observed by a photomultiplier cathode. The variation in the resulting fringe velocity was measured using a counter and proved to be negligible for laser-Doppler anemometry purposes. The intensity variations were less than 5% of the mean for electrical power inputs less than approximately 10 W.

Figure 8 is included to provide a demonstration of the use of an acousto-optic cell, designed in accordance with the previous results, for laser-Doppler anemometry purposes. The figure shows measured values of the axial component of mean velocity, corresponding normal stress and the radial normal stress (measured in two orthogonal directions) obtained on the centre line downstream of a disc surrounded by an annular jet. The geometrical arrangement is similar to that describe in reference [8]. To obtain these results, an acousto-optic cell was used with a crystal operated at 8.7 MHz, to produce +1 and −1 order beams which were focussed and intersected. The optical signals obtained from particles moving through the region of intersection were processed with a Hewlett-Packard frequency analyser (Model 8553B/8552A/141T) used, as described in reference [8], in a counting mode.

The measurements shown on figure 8 could not have been obtained without a frequency shift of the order of 17.2 MHz and on this occasion, the acousto-optic cell was able to provide this and also to act as beam splitter. They were obtained with an Argon laser; with the efficiencies indicated on figure 3 to 5, a low power He-Ne laser could have been used but would have required the addition of seeding particles to the flow. The cell was also of particular value in that its rotation through 90 degrees allowed the independent measurement of the two orthogonal velocity components.

DISCUSSION AND CONCLUDING REMARKS

The results presented in the previous section quantify the importance, for laser-Doppler anemometry purposes, of parameters which influence the acousto-optic cell performance. They show that a water-filled cell is suitable; provide rules to assist the design, construction and operation; and quantify the resulting performance. The following paragraphs extract the more important conclusions.

1. The Debye-Sears effect allows the zero order transmitted beam to be used, in conjunction with +1 or −1 order beams to produce two equal intensity beams with an intensity loss of 33% of the total transmited light and a frequency difference of aproximately 10 MHz: the use of the +1 and −1 order beams allows a frequency difference of around 20 MHz with an intensity loss of 24%.

2. The Bragg effect allows a frequency shift of around 30 MHz and can result in a zero and first order beam with equal intensities which account for 98% of the transmitted light. 6% of the incident light is not transmitted.

3. With the Debye-Sears and Bragg effects, it is possible to generate frequency differences, with similar efficiencies to those quoted above, in a range of a few MHz around the nominal crystal frequencies. The fall off in efficiency with deviation from the natural crystal frequency is quantified for the Debye-Sears effect.

4. The lenght of the crystal influences the performance of the cell and, for the present arrangements, has been chosen as a compromise which allows satisfactory operation with the Debye-Sears and Bragg effects while retaining compact over-all dimensions and low power requirements.

5. The results show that the use of third harmonic frequencies requires a greater electrical power input than fundamental frequencies. With the cell dimensions recommended, powers above 10 W resulted in thermal convection effects and necessitated careful radiation screening of the power supply.

6. The present crystal is insufficiently efficient for use at frequencies below, say, 8 MHz. Crystals with lower fundamental frequencies can be used to produce frequency shifts less than 8 MHz but with comparatively low efficiency and small angles between the beams. When low frequency shifts are required in laser-Doppler anemometry, they can be achieved from two acousto-optic cells, of the present design, in parallel or in series.

7. Acousto-optic cells can be used as beam splitter and as a means of generating a frequency shift. They allow the ready and independent measurement of two ortrogonal velocity components and can be incorporated into integrated optical systems.

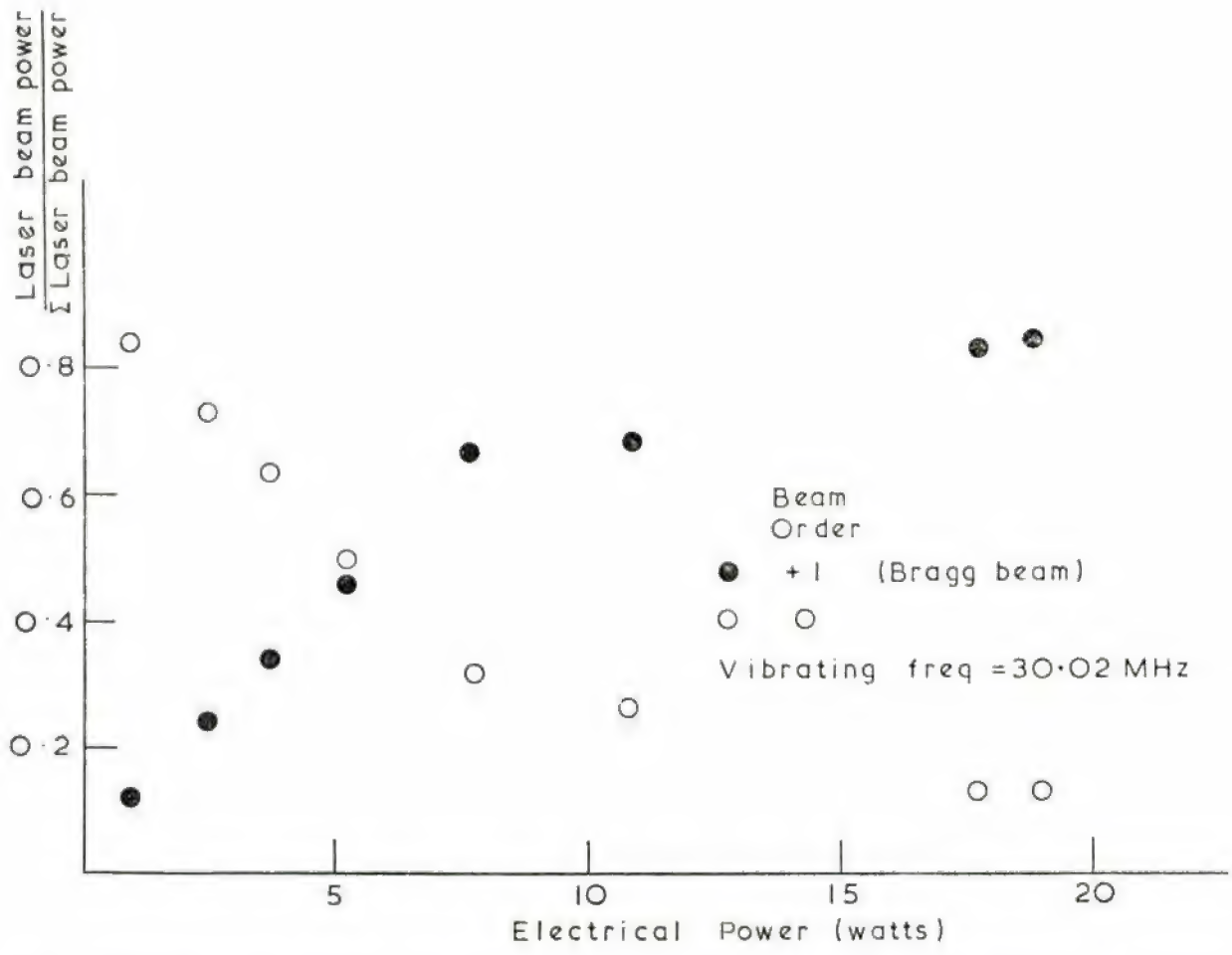


FIG. 7 — Dependence of light intensity in the reflected beams upon the electrical power supplied to the crystal; crystal frequency = 30.02 MHz

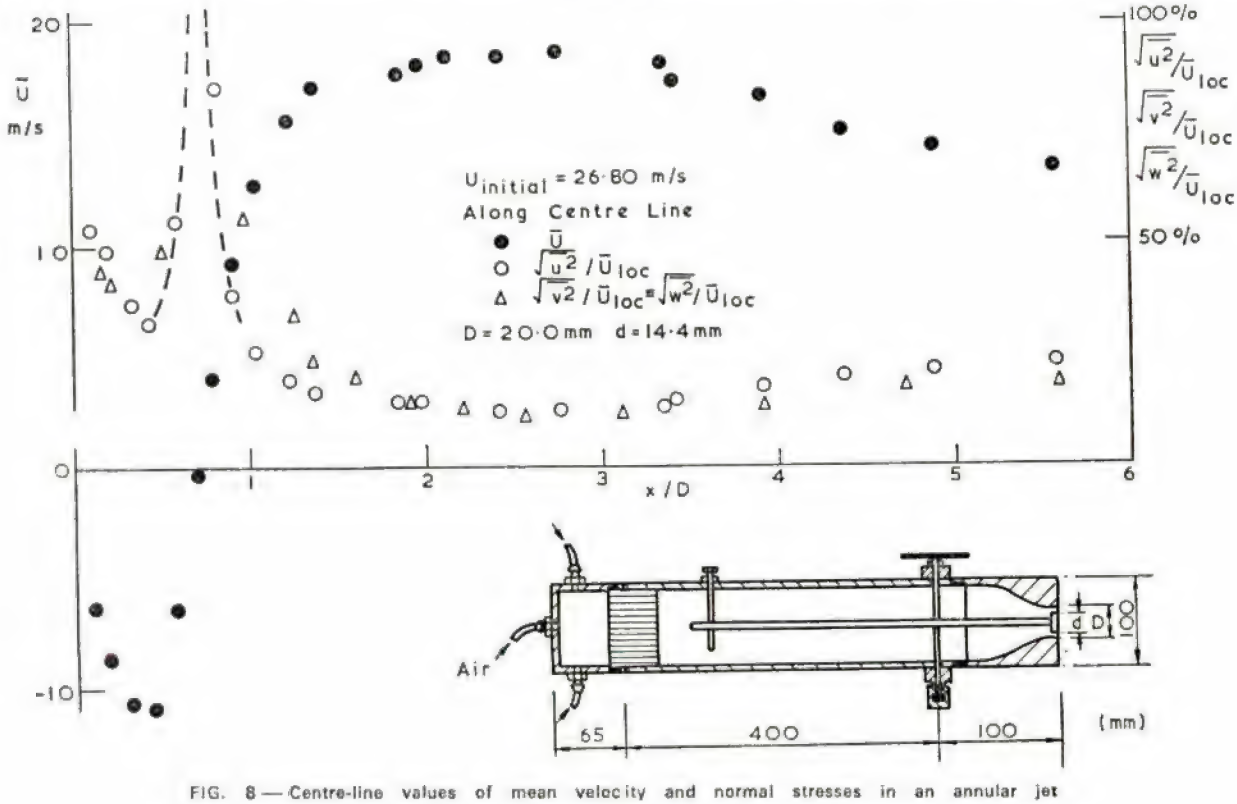


FIG. 8 — Centre-line values of mean velocity and normal stresses in an annular jet

ACKNOWLEDGEMENT

The authors are grateful to the Science Research Council, NATO and Instituto Alta Cultura for financial support. Mr J. Laker developed the electrical circuits and his general interest in the work was of considerable value.

REFERENCES

[1] P. Debye and F. W. Sears. «*On the scattering of light by supersonic waves*». Proc. Nat. Acad. Sc., vol. 18 N.° 6, 409-414, 1932.

[2] R. Adler. «*Interaction between Light and Sound*». IEEE Spectrum, vol. 4, 42-54, May 1967.

[3] F. Durst and M. Zaré. «*Removal of Pedestals and Directional Ambiguity of optical Anemometer Signals 1: A Survey of available Methods*». University of Karlsruhe, Sonderfurschungsbereich 80. Report SFB80/M/2, May 1973.

[4] W. Kleinhans and D. L. Fried. «*Efficient Diffraction of Light from Acoustic Waves in Water*». Appl. Physics Letters, vol. 7, N.° 1, 19-21, 1965.

[5] W. P. Chu and L. E. Mauldin. «*Bragg Diffraction of Light by Two Ultra Sonic Waves in Water*». Appl. Physics Letters, vol. 22, n.° 11, 557-559, 1973.

[6] N. S. Berman and J. W. Dunning. «*Pipe flow measurements of turbulence and ambiguity using laser-Doppler velocimetry*». J. Fluid Mech., vol. 61, 289-299, 1973.

[7] D. F. G. Durão and J. H. Whitelaw. «*Performance characteristics of two frequency — tracker demodulators and a counting system: measuremetns in an air jet*». Imperial College, Mech. Eng. Dept. Report HTS/74/12., also Proc. of 2nd Int. Workshop on Laser Velocimetry, Purdue University, March 1974.

[8] D. F. G. Durão and J. H. Whitelaw. «*Measurements in the region of recirculation behind a disc*». Imperial College, Mech. Eng. Dept. Report HTS/74/12, also Proc. of 2nd Int. Workshop on Laser Velocimetry, Purdue University, March 1974.

[9] L. F. Jernqvist and T. G. Johansson. «*A laser--Doppler anemometer for the measurement of an arbitrary velocity component in higly component in highly turbulent fluid flows*». J. Physics E, vol. 7, 246-247. 1974.

[10] W. M. Farmer and J. O. Hornkohl. «*Two Component, Self Aligning Laser Vector Velocimeter*». Applied Optics, vol. 12, N.° 11, 2636-2640, 1973.

LIST OF FIGURES

1. Acousto-optic cell.

2. Electrical circuit.

3. Dependence of light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic waves. Electrical power = 0.56 W and crystal frequency = 9.22 MHz.

4. Dependence of light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic wave. Electrical power = 0.25 W and crystal frequency = 9.22 MHz.

5. Dependence of the light intensity in the reflected beams upon the vibrating crystal frequency. Electrical power = 0.56 W.

6. Dependence of the light intensity in the reflected beams upon the angle between the incident light beam and acoustic wave. Crystal frequency = = 30.02 MHz.

7. Dependence of the light intensity in the reflected beams upon the electrical power supplied to the crystal; crystal frequency = 30.02. MHz.

8. Centre-line values of mean velocity and normal stresses in an annular jet.

Resumo dos Artigos publicados na «Técnica» n.º 438

Ano LI — Fevereiro 1977

C. D. U. 530.12:513.75/.77

ESTABELECIMENTO E INTERPRETAÇÃO FÍSICA DA TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ

M. ABREU FARO

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, p. 283 a 294

Procede-se neste trabalho ao estabelecimento e interpretação física da Transformação de Lorentz. Para tanto, recorremos aos dois postulados fundamentais da Relatividade Restrita e aos conceitos de velocidade e dessincronização.
Na base do método utilizado, a Transformação de Lorentz ganha significação física o que permite uma análise directa do seu formalismo e, decorrentemente, a sua escrita imediata a partir do significado alcançado.
Este é o segundo de três artigos que estamos a publicar na Técnica sobre a Transformação de Lorentz, sua interpretação física, e métodos geométricos para a determinação da referida transformação.

C. D. U. 519.51

ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA

INTRODUÇÃO AOS CONJUNTOS VAGOS (Continuação)

Técnica nº 438 — LI — 2-1977, p. 295 a 310

Trata-se duma introdução à Teoria dos Conjuntos Vagos com vista a aplicações a vários domínios nomeadamente à Engenharia.

C. D. U. 378.962.001:624(43-15)

ENSINO E INVESTIGAÇÃO EM MECÂNICA NA REPÚBLICA FEDERAL ALEMÃ

E. BECKER

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, p. 311 a 316

Considerações sobre os sistemas de ensino e investigação da Engenharia e da Ciência na Alemanha Federal, a propósito do tema central da Mecânica, apresentadas na sessão sobre ensino e investigação do 1.º Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada (Dezembro de 1974).

C. D. U. 551.49:519.241.25

LUÍS VALADARES TAVARES

DISCRETIZAÇÃO DE SÉRIES HIDROLÓGICAS CONTÍNUAS

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, p. 317 a 324

A informação disponível sobre séries hidrológicas contínuas (X_t), resumem-se frequentemente a registos cronolóligos com duração finita. Em muitos casos (por exemplo, para precipitações e escoamentos) a autocovariância de (X_t) tem um andamento exponencial e a hipótese de estacionariedade é aceitável para a série dada desde que se tenham filtrado as suas componentes sazonais.
Para estimar a média e a variância de (X_t) é necessário discretizar os dados e, portanto, adoptar um valor para o intervalo de tempo, L, que medeia entre observações consecutivas lidas no registo conhecido. Quanto maior L, tanto menor é o núúmero de elementos da amostra assim obtida mas tanto menor é a sua interdependência bem como o menor é o núúmero de elementos da amostra assim obtida deste artigo consiste em estudar estes efeitos de modo a poder optimizar L apresentando-se alguns resultados de uso geral.
Como é óbvio, as conclusões obtidas são também aplicáveis a séries não hidrológicas desde que satisfaçam as hipóteses admitidas.

C. D. U. 621.374

L. T. MAGALHAES E M. P. O. RICOU

MÁQUINA DE TURING PARA CONVERTER EXPRESSÕES EM NOTAÇÃO «INFIX» EM EXPRESSÕES EM NOTAÇÃO «POSTFIX» — II. ATRIBUIÇÃO DE VARIÁVEIS DE ESTADO, ENTRADA E SAÍDA

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, p. 325 a 334

Este artigo é o segundo de dois dedicados ao projecto de uma máquina de Turing para converter notação *infix* em *postfix*.
Neste segundo artigo é discutida a atribuição de variáveis de estado, entrada e saída de modo a simplificar a estrutura da realização da máquina estabelecida no primeiro artigo(2). São também deduzidas expressões Booleanas para as variáveis de estado e de saída.

C. D. U. 621.382.4

BENJAMIN DA CONCEIÇÃO MENDONÇA

O TRANSISTOR — REACTOR ATÓMICO

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, p. 335 a 358

— Descrição sumária do Transistor e sua posição nos circuitos rádio eléctricos
— Dedução da sua fórmula matemática
— Análise da Curva de Ressonância nos circuitos de Rádio e Televisão
— Estudo da teoria dos circuitos Rádio eléctricos e a aplicação das Leis de Coulomb, Laplace e Maxwel
— Breve análise da propagação das oscilações electro-atómicas à superfície dos condutores
— Nota justificativa do emprego da expressão «ELECTRO-ATÓMICA»

C. D. U. 533.6.07:621.375.9

D. F. G. DURÃO e J. H. WHITELAW

PERFORMANCE DE CÉLULAS ACUSTO-ÓPTICAS PARA A ANEMOMETRIA COM LASER

Técnica n.º 438 — LI — 2-1977, pag. 359 a 368

É quantificada a performance de células acusto-ópticas tendo em vista o seu uso na anemometria com raios laser.
Com o cristal vibrando à frequência de 9.2 MHz e fornecendo-lhe 0.56 W de potência, a concentração de luz nos raios de primeira ordem é de 76%. Quando operando na terceira harmónica o cristal absorve maior potência mas a perda na intensidade da luz laser, usando os raios de ordem 0 e 1 com igual intensidade, é só de 8%.
É também quantificada a influência na performance da célula, do ângulo de incidência e do uso de frequências não fundamentais ou harmónicas.
São apresentadas medições da intensidade das flutuações da velocidade e seu valor médio, feitas na zona de recirculação e alta intensidade de turbulência a juzante de um disco.

Synopsis of articles published in «Técnica» n.° 438

LI — February 1677

U. D. C. 621.374

L. T. MAGALHAES E M. P. O. RICOU

TURING MACHINE FOR THE TRANSLATION FROM «INFIX» TO «POSTFIX» NOTATION — II. STATE INPUT AND OUTPUT ASSIGNMENTS

Técnica n.° 438 — LI — 2-1977, p. 325 a 334

This is the second of two papers related to the design of a Turing machine for the translaction of *infix* notation to *postfix* notation.
In this second paper we discuss the state, input and output assignments, for the machine defined in the first paper (2). We also derive the Boolean expressions for the state and output variables.

U. D. C. 621.382.4

BENJAMIN DA CONCEIÇAO MENDONÇA

THE TRANSISTOR — THE ATOMIC REACTOR

Técnica n.o 438 — LI — 2-1977, p. 335 a 358

— The smmary description of the Transistor and your constitution with emplayment in the Radio electrical circuits
— The calculation of your Mathematics fórmula
— The analisis of the Ressonance curve in the Radio and Télévision circuits
— The connection between the Radio electrical circuits and the Laws of Coulomb, Laplace and Maxwell
— The short analisis propagation of electro-atómics waves on surface conductors
— Note justifying the employ «ELECTRO-ATOMIC» term

U. D. C. 533.6.07:621.375.9

D. F. G. DURAO e J. H. WHITELAW

THE PERFORMANCE OF ACOUSTO-OPTIC CELLS FOR LASER-DOPPLER ANEMOMETRY

Técnica n.° 438 — LI — 2-1977, pag. 359 a 368

The performance of water-filled acousto-optic cells is quantified with particular reference to their use for laser-Doppler anemometry. With the cell operating at a frequency of 9.2 MHz, the intensities of the +1 and −1 order beams are shown to account for 76% of the transmitted light intensity for an electrical power input 0.56 W. The influence of the incident angle and the performance of a cell at frequencies close to but different from the fundamental frequency are quantified. Operation of the cells at a frequency of 30 MHz, i. e. close to a third harmonic, is shown to require significantly greater electrical power input but can, without introducting thermal convection effects, allow the transmission of a first and zero order beams with equal intensities and a total loss of 8% of the incident intensity. To show that an acousto-optic cell can be used as a beam splitter and frequency shifter, measurements of three components of velocity are obtained in the region of recirculation immediately downstream of the centre disc of an annular jet and are reported.

U. D. C. 530.12:513.75/.77

M. ABREU FARO

PHYSICAL ESTABLISHMENT AND INTERPRETATION OF THE LORENTZ TRANSFORMATION

Técnica n.° 438 — LI — 2-1977, p. 283 a 294

In this paper the establishment and the physical interpretation of the Lorentz Transformation is undertaken. To this end we have but used concepts of velocity and desychronization and the two basic postulates of Special Relativity. On the basis of the method used, the Lorentz Transformation gains physical significance, which allows a straightforward analysis of its formalism and, consequently, its immediate writing following the meaning arrived at.
This is the second of the three articles we are publishing in Técnica on the Lorentz Transformation, its physical interpretation and geometric methods to determine it.

U. D. C. 519.51

ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA

INTRODUCTION TO FUZZY SETS (Continued)

Técnica n° 438 — LI — 2-1977, p. 295 a 310

An Introduction to the Theory of Fuzzy Sets, in view of applications to various domains, namely to Engineerng Science.

U. D. C. 378.962.001:624(43-15)

E. BECKER

EDUCATION AND RESEARCH IN MECHANICS IN THE FEDERAL REPUBLIC OF GERMANY

Técnica n.° 438 — LI — 2-1977, p. 311 a 316

Topics on education and research in Mechanics in Federal Germany, presented at the session on education and research of the 1st. Portuguese National Congress of Theoretical and Applied Mechanics (December 1974).

U. D. C. 551.49:519.241.25

LUIS VALADARES TAVARES

CONTINUOUS HYDROLOGICAL TIME-SERIES DISCRETIZATION

Técnica n.° 438 — LI — 2-1977, pag. 317 a 324

The available information about many continuous hydrological time series (X) is often given by continuous time records with given finite duration and in many cases (i.e. rainfall and runoff records) the autocovariance function of Xt can be approximated by a function or exponential type. Once the data have been deseasonalized, stationarity is usually assumed. A discretization technique is required to estimate the mean and the variance of Xt which implies setting a value for the lag of time, L, between any two successive observations taken from the continuous record. The greater the time lag, the smaller is the number of used Xt values, the weaker is the dependence between them and the shorter is the required computing time. The aim of this paper is to study the three effects to make possible the selection of an optimal value for L. Numerical results of general use are derived and presented. Obviously, these conclusions also can be applied to any nonhydrological time series providing the assumed statistical assumptions are acceptable.

Publicações Recebidas

PUBLICAÇÕES PERIÓDICAS

— AGROS
Associação dos Estudantes de Agronomia

— ANALLES DE MECÁNICA Y ELECTRICIDAD
Asociacion de Ingenieros del I. C. A. I.

— ASEA — REVUE

— ACTA TÉCHNICA
Academiae Scientiarum Hungariae

— ANAIS DO CLUBE MILITAR NAVAL

— ANALYTICAL ABSTRACTS
Society for Analytical Chemistry

— ACIER - STAHL - STELL

— ANNALES
Institut Technique du Batiment et des Travaux Public

— AEG - TELEFUNKEN AL DIA

— AR COMPRIMIDO
Atlas Copco

— BOLETIM DA CÂMARA MUNICIPAL DE SÁ DA BANDEIRA

— BOLETIM ECONÓMICO E FINANCEIRO
Banco Borges & Irmão

— BOLETIM
Instituto Nacional de Investigação Industrial

— BOLETIM MENSAL DE INFORMAÇÃO
Laboratório Nacional de Engenharia Civil

— BULLETIN OF THE SEISMOGRAPHIC STATIONS
University of California

— BOLETIM DEL CEMENTO PORTLAND
Instituto del Cemento Portland Argentino

— BOLETIM GTH
Gabinete Técnico da Habitação da Câmara Municipal de Lisboa

— BOLETIM
Sociedade Geológica de Portugal

— BOLETIM INFORMATIVO IRANOR
Instituto Nacional de Racionalizacion y Normalizacion

— BOLETIM DA ELECTROQUÍMICA E CORROSÃO
Instituto Nacional de Investigação Industrial

— BOLETIM
Departamento de Imprensa e Informação do Governo da República Federal da Alemanha

— BOLETINUL
Institutului Politehnic Bucaresti

— BOLETIM
Associação Industrial de Angola

— BOLETIM DO PORTO DE LISBOA
Administração-Geral do Porto de Lisboa

— BOLETIM DO SERVIÇO CARTOGRÁFICO DO EXÉRCITO

— BOLETIM DE MINAS
Direcção-Geral de Minas e Serviços Geológicos

— BULLETIN DE LA CHAMBRE DE COMMERCE BELGE AU PORTUGAL

— BULLETIN
Agence Internationale de L'energie Atomique
Instituto dos Produtos Florestais

— CENIM

— CORTIÇA
Centro Nacional de Investigaciones Metalurgicas

— (JOURNAL OF) CHEMICAL EDUCATION
Division of Chemical Education of the American Chemical Society

— CIMENTO E CONCRETO
Associação Brasileira de Cimento Portland

— COMUNICAÇÕES ELÉCTRICAS
International Telephone and Telegraph Corporation

— CONSTRUCTI

— CARTA GEOLÓGICA DE ANGOLA
Direcção Provincial dos Serviços de Geologia e Minas

— CEMENTO HORMIGÓN

— COURRIER CERN

— COLLECTION
Czechoslovak Academy of Sciences

— DYNA
Asociacion de Engenieros Industriales de España

— EL ESTAÑO Y SUS APLICACIONES
Tin Research Institute

— ELECERICITE DE FRANCE
Direction des Etudes et Recherches

— ELECTRICIDADE
Empresa Editorial Electrotécnica Edel, Lda.

— ENDEAVOUR
Imperial Chemical Industries Limited

— ESTUDOS
Banco Fomento Nacional

— ESTUDOS, NOTAS E TRABALHOS
Serviço de Fomento Mineiro

— ELECTRICAL COMMUNICATION
International Telephone and Telegraph Corporation

— ECONOMIC REVIEW
Câmara de Comércio Luso-Britânica

— FUNDIÇÃO
Associação Portuguesa de Fundição

— FUNDEXPORT
Fundo de Fomento de Exportação

— GEOTÉCNICA
Revista da Sociedade Portuguesa de Geotécnica

— INFORMES DE LA CONSTRUCCIÓN
Instituto Eduardo Torroja

— ION
Sindicato Nacional de Indústrias Químicas

— INDÚSTRIA DE MOÇAMBIQUE
Associação Industrial de Moçambique

— LA HOUILLE BLANCHE
Société Hydrotechnique de France

— LES NOUVELLES DE L'E. I. B.

— METALLURGIA AND METAL FORMING
National Association of drop Forgers and Stampers

— MACHINE TOOL REVIEW

— NOTICIÁRIO DOS ELASTÓMEROS
du Pont

— ONU (CHRONIQUE MENSUELLE)
Service de l'Information de l'Organization des Nations Unies

— O PROPULSOR
Sindicato Nacional dos Oficiais da Marinha Mercante

— PRELO
Imprensa Nacional - Casa da Moeda

— PORTUGAL - ALEMANHA
Câmara de Comércio e Indústria Luso-Alemã

— REVISTA DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
Universidade de Lourenço Marques

— REVUE LANDIS E GYR (EDITION ELECTRICITÉ)

— REVUE D'IENA

— REVUE SIEMENS
Siemens Antiengesellschaft

— REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

— LA REACHERCHE AÉROSPATIALE
Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

— REVISTA DE METALURGIA
Cenim - Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas

— RAIL INTERNATIONAL
Association Internationale du congrès des chemins de fer et de L'Union Internationale des Chemins de fer

— REVISTA TÉCNICA SULZER

— REVISTA DANFOSS

— REVISTA AGRONÓMICA
Sociedade de Ciências Agronómicas de Portugal

— TECHNIQUES FRANÇAISES (BATIMENT TRAVAUX PUBLICS URBANISME)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (INDUSTRIE DE METAUX)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (TRANSPORTS)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (CHIMIE GAZ PETROLE BIENS DE CONSOMMATION)
Services Économiques de L'Embassade de France

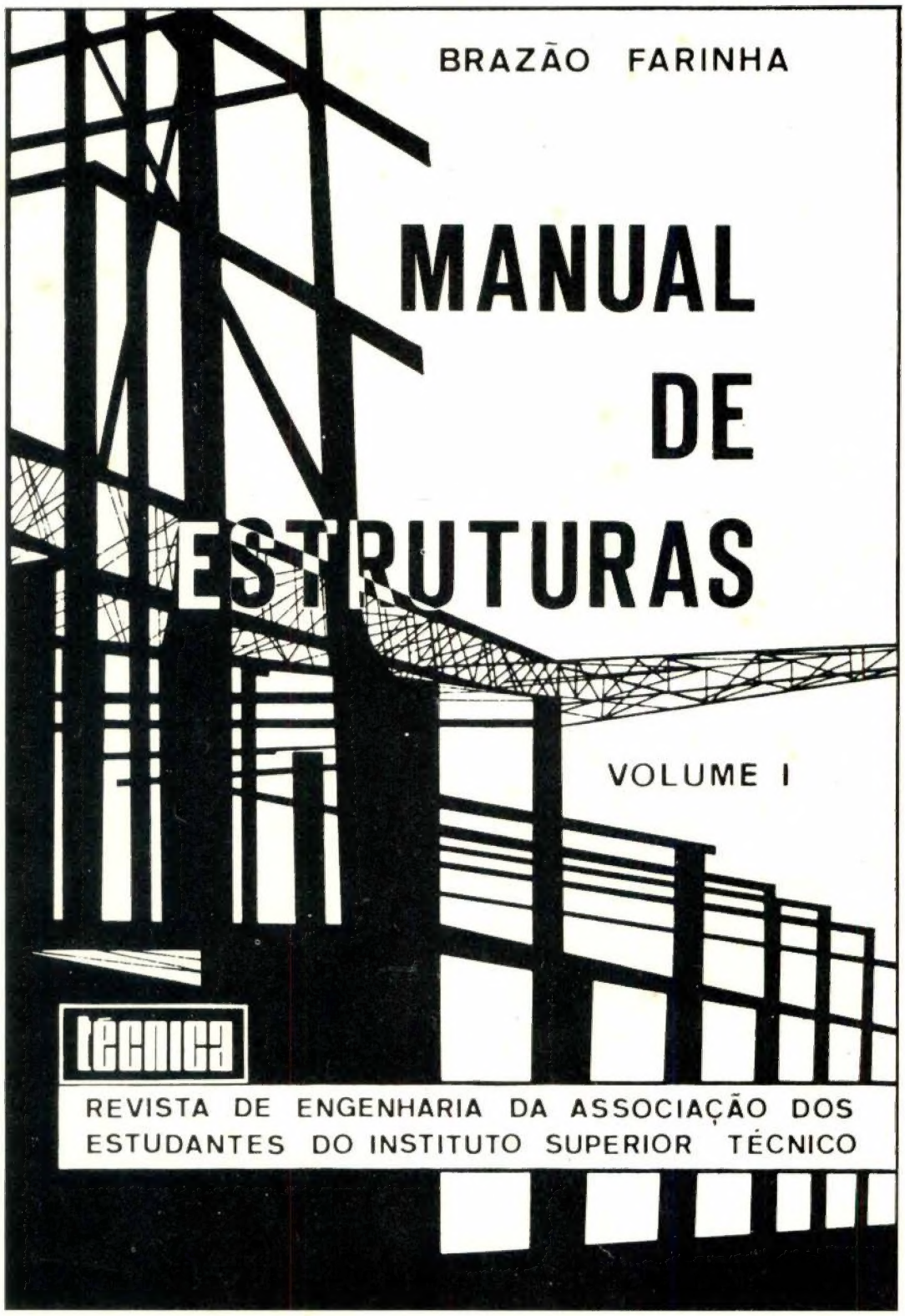
— WORLD HEALTH ORGANIZATION PUBLICATIONS
World Health Organization

— WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT DER HOCSCHULE
Architektur und Bauwesen Weimar

Publicidade com critério.

Anuncie na

técnica REVISTA DE ENGENHARIA



PREÇOS

ENCADERNADO . . . 625$00

PLASTIFICADO . . . 587$50

DESC. 10°/₀ AOS ASSINANTES